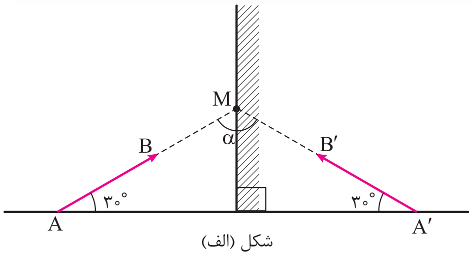
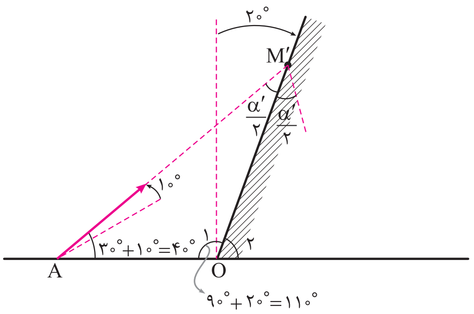
پاسخ‌نامه‌ی کنکور سراسری ۹۵



شکل (الف)

۱- گزینه۳ **گام اول**: با توجه به شکل (الف)، زاویه‌ی بین جسم و تصویرش را در حالت اول حساب می‌کنیم. در مثلث $\overset{\Delta}{AMA'}$، مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰° است. پس داریم:

$$\alpha+\hat{A}+\hat{A}'=۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha+۳۰^\circ+۳۰^\circ=۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha=۱۲۰^\circ$$



شکل (ب)

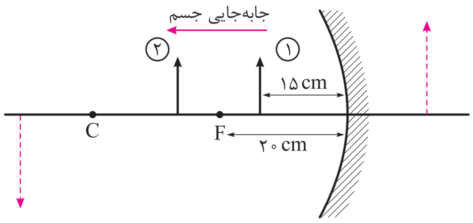
گام دوم: حالا با رسم یک شکل خوب، جسم را ۱۰° پادساعتگرد و آینه را ۲۰° ساعتگرد می‌چرخانیم و زاویه‌ی بین جسم و تصویرش را پیدا می‌کنیم. در شکل می‌بینید که راستای جسم با آینه زاویه‌ی $\frac{\alpha'}{۲}$ را می‌سازد و بدون شک، امتداد تصویر هم با آینه همین زاویه را خواهد داشت.

در مثلث $\overset{\Delta}{AOM'}$ در شکل (ب) داریم:

$$\hat{A}+\hat{O}_۱+\frac{\alpha'}{۲}=۱۸۰^\circ \Rightarrow ۴۰^\circ+۱۱۰^\circ+\frac{\alpha'}{۲}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \frac{\alpha'}{۲}=۳۰^\circ \Rightarrow \alpha'=۶۰^\circ$$

گام سوم: زاویه‌ی بین راستای جسم و تصویر از ۱۲۰° به ۶۰° کاهش یافته است:

$$\Delta\alpha=\alpha'-\alpha=۶۰^\circ-۱۲۰^\circ=-۶۰^\circ$$



۲- گزینه۲ **گام اول**: فاصله‌ی کانونی $۲۰\,cm$ است $(f=\frac{r}{۲})$؛ بنابراین جسم ابتدا در فاصله‌ی کانونی قرار دارد. مطابق گفته‌ی طراح، طول تصویر پس از جابه‌جایی نباید تغییر کند؛ معنای این گفته آن است که بزرگنمایی نباید تغییر کند؛ یعنی:

$$m_۱=m_۲=\frac{q_۱}{p_۱}$$

گام دوم: مقدار $q_۱$ را نمی‌دانیم؛ برای به دست آوردن آن به سراغ رابطه‌ی کلاسیک می‌رویم:

$$\frac{۱}{p_۱}-\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{۱۵}-\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow \frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{۱۵}-\frac{۱}{۲۰}=\frac{۴-۳}{۶۰} \Rightarrow q_۱=۶۰\,cm$$

گام سوم: حالا $q_۱$ را می‌دانیم؛ پس:

$$m_۱=m_۲=\frac{q_۱}{p_۱}=\frac{۶۰}{۱۵}=\frac{۴}{۱} \Rightarrow \begin{cases} \text{تصویر مجازی}: p_۱=\frac{۴-۱}{۴}f=\frac{۳}{۴}f \\ \text{تصویر حقیقی}: p_۲=\frac{۴+۱}{۴}f=\frac{۵}{۴}f \end{cases}$$

گام چهارم: خیلی خوب شد! تنها با یک تفریق ساده، اندازه‌ی جابه‌جایی جسم هم به دست می‌آید:

$$|\Delta p|=p_۲-p_۱=\frac{۵}{۴}f-\frac{۳}{۴}f=\frac{f}{۲}=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\,cm$$

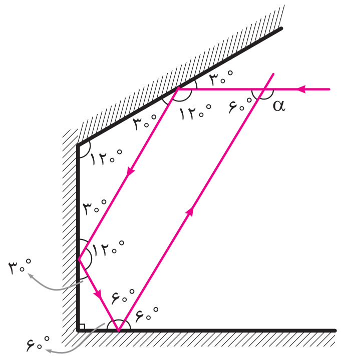
تکنیک از روش نیوتون ساده‌تر به جواب می‌رسیدیم:

$$m_۱=m_۲ \Rightarrow \frac{f}{a_۱}=\frac{f}{a_۲} \Rightarrow a_۱=a_۲ \Rightarrow f-p_۱=p_۲-f$$

$$\Rightarrow ۲۰-۱۵=p_۲-۲۰ \Rightarrow p_۲=۲۵\,cm$$

پس:

$$\Delta p=p_۲-p_۱=۲۵-۱۵=۱۰\,cm$$



۳- گزینه۲ اگر بدانید که زاویه‌ی تابش و بازتابش با هم برابرند، بخش فیزیکی این سؤال را حل کرده‌اید؛ چرا که باقی ماجرا، هندسه است. در **گام اول** اطلاعات روی شکل را کامل می‌کنیم:

همان‌طور که در شکل می‌بینید، با توجه به این موضوع که زاویه‌ی تابش و بازتابش برابرند، مقدار تعداد زیادی از زوایا معلوم می‌شود. از طرفی از هندسه می‌دانیم که مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰° و مجموع زوایای داخلی چهارضلعی ۳۶۰° است؛ بنابراین مقدار تمام زوایا معلوم شده و با یک تفریق ساده، زاویه‌ی α را محاسبه می‌کنیم:

$$\alpha=۱۸۰^\circ-۶۰^\circ=۱۲۰^\circ$$

۴- گزینه‌ی ۴ **گام اول:** فاصله‌ی کانونی آینه، نصف شعاع انحنای آن (یعنی ۲۰ cm) است.

با داشتن $p_۱$، فاصله‌ی تصویر از آینه در حالت اول ($q_۱$) را می‌توانیم حساب کنیم: (چون $p_۱ > f$ است، تصویر حقیقی است.)

$$\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{۲۴}+\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow \frac{۱}{q_۱}=\frac{۶-۵}{۱۲۰} \Rightarrow q_۱=۱۲۰\,cm$$

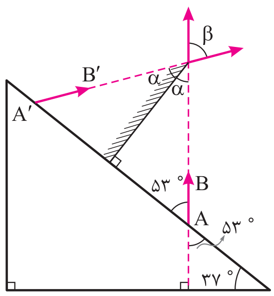
گام دوم: قرار است تصویر ۲۰ cm به آینه نزدیک شود، یعنی:

$$q_۲=q_۱-۲۰=۱۲۰-۲۰=۱۰۰\,cm$$

$$\frac{۱}{p_۲}+\frac{۱}{q_۲}=\frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{p_۲}+\frac{۱}{۱۰۰}=\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow \frac{۱}{p_۲}=\frac{۵-۱}{۱۰۰} \Rightarrow p_۲=۲۵\,cm$$

بنابراین باید جسم را از فاصله‌ی ۲۴ cm از آینه به ۲۵ cm منتقل کنیم؛ **یعنی یک سانتی‌متر از آینه دور کنیم.**

۵- گزینه‌ی ۲ برای پیداکردن مکان تصویر، امتداد جسم AB را می‌کشیم تا به آینه برخورد کند. سپس به صورت متقارن در پشت آینه هم این کار را انجام می‌دهیم تا محل تصویر مشخص شود؛ حالا برای پیداکردن زاویه‌ی بین AB و تصویرش، به سراغ روابط هندسی می‌رویم:



$$\alpha+۵۳^\circ=۹۰^\circ \Rightarrow \alpha=۳۷^\circ$$

β زاویه‌ی بین جسم AB و تصویرش است:

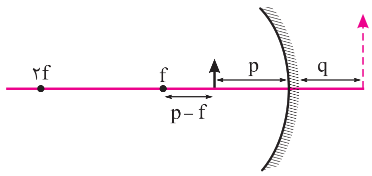
$$\beta=۲\alpha=۲\times۳۷^\circ=۷۴^\circ$$

۶- گزینه‌ی ۱ اول این‌که اگر بزرگنمایی تصویر افزایش یابد، یعنی حرکت تصویر تندشونده است و می‌دانیم که هر چه جسم به کانون نزدیک‌تر شود، **بزرگنمایی بزرگ‌تر** می‌شود. بنابراین با نزدیک‌شدن جسم به کانون، حرکت تصویر **تندشونده** است.

در ضمن وقتی جسم از فاصله‌ی دور به کانون می‌آید، تصویر از کانون به فاصله‌ی دور می‌رود؛ یعنی تصویر از آینه **دور می‌شود.**

خلاصه این‌که تصویر بزرگ‌تر و با حرکت تندشونده از آینه دور می‌شود.

۷- گزینه‌ی ۱ **گام اول:** از آن‌جا که تصویر مستقیم است، تصویر مجازی هم هست! پس تصویر در پشت آینه تشکیل می‌شود؛ با این حساب باید جسم در فاصله‌ی کانونی قرار داشته باشد؛ پس فاصله‌ی جسم تا تصویر برابر است با $p+q$! از طرفی بزرگنمایی را هم داریم؛ پس:



$$\begin{cases} p+q=۴۸ \Rightarrow ۶p=۴۸ \Rightarrow p=۸\,cm \\ q=۵p \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{p}-\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{q-p}{pq}=\frac{۱}{f}$$

$$\Rightarrow f=\frac{qp}{q-p}=\frac{qp}{\underbrace{۵p-p}_{۴p}}=\frac{q}{۴} \xrightarrow{q=۵p} f=\frac{۵p}{۴} \Rightarrow f=۱۰\,cm$$

گام دوم: فاصله‌ی بین جسم تا کانون را می‌خواهیم؛ یعنی $f-p$!

$$d=f-p=۱۰-۸=۲\,cm$$

از روش بزرگنمایی ساده‌تر به جواب می‌رسیدیم:

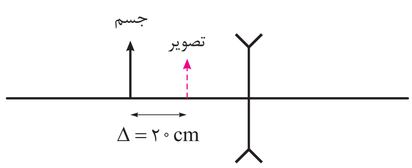
$$m=\frac{a}{b}=\frac{۵}{۱} \Rightarrow p=\frac{۵-۱}{۵}f=\frac{۴}{۵}f$$

از طرفی: $p+q=۴۸ \xrightarrow{q=۵p} ۶p=۴۸ \Rightarrow p=۸\,cm \Rightarrow f=\frac{۵}{۴}p=\frac{۵}{۴}\times۸=۱۰\,cm$

بنابراین:

$$f-p=۱۰-۸=۲\,cm$$

۸- گزینه‌ی ۲ **گام اول:** اول باید فاصله‌ی کانونی را حساب کنیم. چون عدسی واگرا است، تصویر مجازی است. پس داریم:



$$m_۱=\frac{A}{B}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} p_۱=(\frac{B-A}{A})f=(\frac{۲-۱}{۱})f=f \\ q_۱=(\frac{B-A}{B})f=(\frac{۲-۱}{۲})f=\frac{f}{۲} \end{cases}$$

$$\Delta=p_۱-q_۱ \Rightarrow ۲۰=f-\frac{f}{۲} \Rightarrow f=۴۰\,cm$$

گام دوم: حالا جسم را ۲۰ cm از عدسی دور می‌کنیم. یعنی:

$$p_۲=p_۱+۲۰ \xrightarrow{p_۱=f=۴۰\,cm} p_۲=۴۰+۲۰=۶۰\,cm$$

و از روش کلاسیک، می‌توانیم $q_۲$ را به دست آوریم:

$$\frac{۱}{p_۲}-\frac{۱}{q_۲}=-\frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{۶۰}-\frac{۱}{q_۲}=-\frac{۱}{۴۰} \Rightarrow \frac{۱}{q_۲}=\frac{۱}{۶۰}+\frac{۱}{۴۰}$$

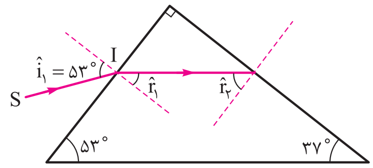
$$=\frac{۲+۳}{۱۲۰} \Rightarrow q_۲=\frac{۱۲۰}{۵}=۲۴\,cm$$

گام سوم: و در آخر بزرگنمایی تصویر در وضعیت جدید:

$$m_۲=\frac{q_۲}{p_۲}=\frac{۲۴}{۶۰}=۰/۴$$

نکنیک وقتی جسم را از عدسی واگرا دور می‌کنیم، تصویر کوچک‌تر می‌شود؛ پس بزرگنمایی باید کم‌تر از ۰/۵ باشد، یعنی گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند.

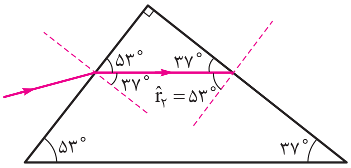
۹- گزینه۳ **گام اول**: با توجه به شکل (الف) در زیر، اول $\hat{r}_1$ را حساب می‌کنیم:



شکل (الف)

$$n=\frac{\sin\hat{i}_1}{\sin\hat{r}_1}\Rightarrow \frac{۴}{۳}=\frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin\hat{r}_1}\Rightarrow \sin\hat{r}_1=۰/۶\Rightarrow \hat{r}_1=۳۷^\circ$$

گام دوم: به کمک زاویه‌ی رأس، $\hat{r}_2$ هم به دست می‌آید (شکل ب):



شکل (ب)

$$\hat{r}_2=\hat{A}-\hat{r}_1=۹۰^\circ-۳۷^\circ=۵۳^\circ$$

گام سوم: حالا نوبت محاسبه‌ی زاویه‌ی حد و مقایسه‌ی آن با $\hat{r}_2$ است:

$$\begin{cases}\sin\hat{i}_c=\frac{۱}{n}=\frac{۳}{۴}=۰/۷۵\\ \sin\hat{r}_2=\sin ۵۳^\circ=۰/۸\end{cases}\Rightarrow \sin\hat{r}_2>\sin\hat{i}_c\Rightarrow \hat{r}_2>\hat{i}_c$$

پس چون زاویه‌ی تابش داخلی ($\hat{r}_2$) بزرگ‌تر از زاویه‌ی حد است، در سطح BC بازتابش کلی رخ می‌دهد.

۱۰- گزینه۴ **گام اول**: در واقع فاصله‌ی شمع تا دیوار، فاصله‌ی جسم تا تصویر حقیقی‌اش (یعنی $p+q$) است. از سوی دیگر با داشتن توان عدسی، فاصله‌ی کانونی آن را هم می‌توانیم حساب کنیم:

$$\begin{cases}f=\frac{۱}{D}\Rightarrow f=\frac{۱}{\frac{۱۰۰}{۱۱}}=\frac{۱۱}{۱۰۰}m=۱۱\,cm\\ p+q=۴۴\Rightarrow q=۴۴-p\end{cases}$$

گام دوم: فاصله‌ی بین عدسی و شمع (p) و همچنین بزرگنمایی را باید پیدا کنیم:

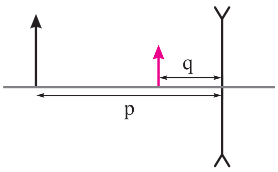
$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\Rightarrow \frac{۱}{p}+\frac{۱}{۴۴-p}=\frac{۱}{۱۱}\Rightarrow \frac{۴۴-p+p}{p(۴۴-p)}=\frac{۱}{۱۱}\Rightarrow ۴۴\times۱۱=p(۴۴-p)\Rightarrow p=۲۲\,cm$$

$$q=۴۴-p=۴۴-۲۲=۲۲\,cm$$

$$m=\frac{q}{p}=\frac{۲۲}{۲۲}=۱$$

نکته فاصله‌ی جسم تا تصویر حقیقی‌اش چهار برابر فاصله‌ی کانونی ($۴f$) است. این حالت فقط زمانی برقرار است که جسم در فاصله‌ی $۲f$ از عدسی و تصویر هم در فاصله‌ی $۲f$ در طرف مقابل باشد. یعنی: $m=۱$ و $p=q=۲f=۲\times۱۱=۲۲\,cm$

۱۱- گزینه۳ **گام اول**: چون عدسی واگرا است، تصویر مجازی است و جسم و تصویر در یک طرف عدسی قرار دارند؛ یعنی:



$$m=\frac{A}{B}\Rightarrow p=\frac{|A-B|}{A}f\xrightarrow[\text{در عدسی واگرا تصویر کوچک‌تر از جسم است.}]{m<۱}p=\overset{n}{\frac{B-A}{A}}f$$

$$\Rightarrow \frac{B-A}{A}=n\Rightarrow nA=B-A\Rightarrow B=(n+۱)A$$

گام دوم: با استفاده از روش بزرگنمایی، فاصله‌ی تصویر تا عدسی را هم به دست می‌آوریم:

$$q=\frac{B-A}{B}f=\frac{(n+۱)A-A}{(n+۱)A}f=\frac{n}{n+۱}f$$

گام سوم: فاصله‌ی بین جسم و تصویرش را می‌خواهیم:

$$\Delta=p-q=nf-\frac{n}{n+۱}f=(\frac{n^۲+\cancel{n}-\cancel{n}}{n+۱})f\Rightarrow \Delta=\frac{n^۲}{n+۱}f$$

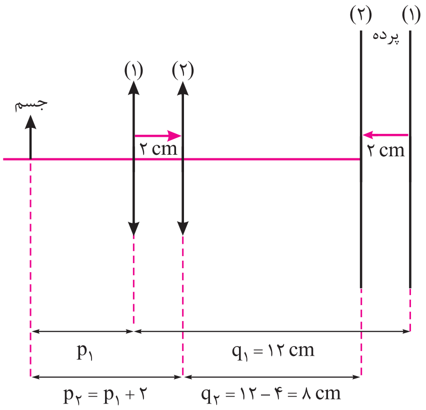
نکته تصویر مجازی و بزرگنمایی کم‌تر از ۱ است؛ پس $q<nf$ است. می‌باید $q=\frac{n}{n+۱}f$ باشد؛ بنابراین:

$$\Delta=p-q=nf-\frac{n}{n+۱}f=\frac{n^۲}{n+۱}f$$

۱۲- گزینه۱ همین دیگه!

۱۳- گزینه۳ اول این‌که چون تصویر حقیقی است، عدسی همگرا است. پس گزینه‌ی (۱) یا (۳) درست است. دوم این‌که خورشید در فاصله‌ی بسیار دور (بی‌نهایت) است، پس تصویرش روی کانون می‌افتد و فاصله‌ی تصویر تا عدسی همان فاصله‌ی کانونی است: $f=۲۰\,cm\Rightarrow D=+\frac{۱}{f}=+\frac{۱}{۲۰\times۱۰^{-۲}}=+۵\,d$

۱۴- گزینه‌ی «۱» **گام اول**: در شکل روبه‌رو جسم، عدسی و پرده را در دو وضـعیت (۱) و (۲) نشان داده‌ایم. با توجه به اطلاعاتی که در شکل می‌بینیم، داریم:



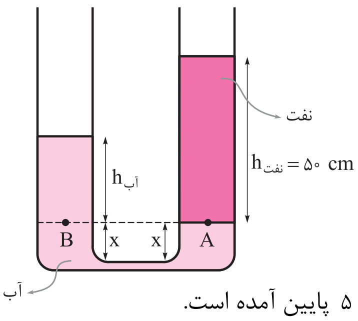
$$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{p_2}+\frac{1}{q_2} \Rightarrow \frac{1}{p_1}+\frac{1}{12}=\frac{1}{p_1+2}+\frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p_1}-\frac{1}{p_1+2}=\frac{1}{8}-\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{p_1+2-p_1}{p_1(p_1+2)}=\frac{3-2}{24} \Rightarrow p_1(p_1+2)=48 \Rightarrow p_1=6\,cm$$

گام دوم: حالا که p_1 و q_1 را داریم، محاسبه‌ی فاصله‌ی کانونی اصلاً کار سختی نیست:

$$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{1}{f} \Rightarrow f=\frac{12\times 6}{12+6}=4\,cm$$

۱۵- گزینه‌ی «۲» **گام اول**: وقتی شیر رابط را باز می‌کنیم، مقداری از مـایعی کـه چگـالی آن بیشتر است (یعنی آب) وارد استوانه‌ی طرف مقابل می‌شود (شکل روبه‌رو).



گام دوم: با توجه به اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز در یک مایع، فشار در نقاط A و B در شکل روبه‌رو برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + P_0 = \rho_{\text{نفت}} g h_{\text{نفت}} + P_0 \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{نفت}} h_{\text{نفت}}$$

$$\Rightarrow 1000 \times h_{\text{آب}} = 800 \times 50 \Rightarrow h_{\text{آب}} = 40\,cm$$

گام سوم: ارتفاع ستون آب قبل از بازکردن شیر رابط، ۵۰ cm بوده است؛ پس با توجه به شکل داریم:

$$h_{\text{آب}} + x + x = 50 \Rightarrow 40 + 2x = 50 \Rightarrow x = 5\,cm$$

یعنی در نهایت ارتفاع ستون آب در استوانه‌ی سمت چپ ۴۵ cm است و سطح آب نسبت به حالت اول ۵ cm پایین آمده است.

۱۶- گزینه‌ی «۱» **گام اول**: دو مایع را با هم مخلوط کرده‌ایم؛ پس چگالی مخلوط را باید به دست آوریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \xrightarrow[V_B=\frac{2}{3}V]{V_A=\frac{1}{3}V} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\overbrace{1/2\times\frac{1}{3}V}^{0/4} + \overbrace{0/6\times\frac{2}{3}V}^{0/4}}{\frac{1}{3}V+\frac{2}{3}V} = 0/8\,g/cm^3$$

گام دوم: حالا به سراغ رابطه‌ی فشار در مایع‌ها می‌رویم:

$$P_{\text{مخلوط}} = \rho_{\text{مخلوط}}\, g\, h_{\text{مخلوط}} = 0/8\times 10^3 \times 10 \times \frac{75}{100} = 6000\,Pa$$

۱۷- گزینه‌ی «۴» **گام اول**: ببینیم جرم هر مایع چه‌قدر است؛ برای این کار در هر حالت، جرم مجموعه را از جرم ظرف خالی کم می‌کنیم:

$m_1 = 540 - 300 = 240\,g$

(روغن) $m_2 = 460 - 300 = 160\,g$

گام دوم: چون در هر حالت، ظرف را پر از مایع کرده‌ایم، باید حجم هر دو مایع برابر باشد؛ بنابراین با استفاده از رابطه‌ی چگالی، چگالی روغن معلوم می‌شود. ببینید:

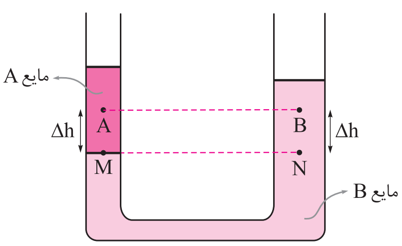
$$V_1 = V_2 \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}} \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{m_2}{\rho_2} \Rightarrow \frac{240}{1/2} = \frac{160}{\rho_2} \Rightarrow \rho_2 = 0/8\,g/cm^3 \times \frac{1000\,cm^3}{1\,Lit} \Rightarrow \rho_2 = 800\,g/Lit$$

۱۸- گزینه‌ی «۴» **گام اول**: قسمت ساده‌ی سؤال این است که نقاط C و D درون یک مایع و در یک تراز قرار دارند، پس طبق «**اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز درون یک مایع**» فشار آن‌ها برابر است: $P_C = P_D$

(تا این‌جا گزینه‌های (۱) و (۲) حذف می‌شوند.)

گام دوم: نقاط B و A هم‌تراز هستند؛ اما درون یک مایع نیستند، پس فـشار در ایـن نقـاط برابـر نیست، یعنی قطعاً $P_A \neq P_B$ است و همین‌جا می‌توانید گزینه‌ی درست یعنی (۴) را انتخاب کنیـد.

اگر اصرار دارید که بدانید چرا $P_A > P_B$ است، ادامه‌ی پاسخ را بخوانید:



در شکل روبه‌رو، فشار نقطه‌های هم‌تراز M و N برابر است: $P_M = P_N$

با توجه به شکل، فشار در نقطه‌ی A برابر است با:

$$P_A = P_M - \rho_A g \Delta h \Rightarrow P_M = P_A + \rho_A g \Delta h$$

و به همین ترتیب برای نقطه‌ی B داریم:

$$P_B = P_N - \rho_B g \Delta h \Rightarrow P_N = P_B + \rho_B g \Delta h$$

چون $P_M = P_N$ است، می‌توانیم بنویسیم:

$$P_A + \rho_A g \Delta h = P_B + \rho_B g \Delta h \quad (1)$$

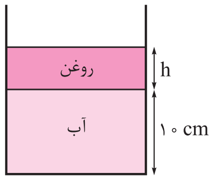
از روی شکل و ارتفاع ستون دو مایع می‌فهمیم که چگالی مایع A کم‌تر از چگالی مایع B است؛ پس داریم:

$$\rho_A < \rho_B \Rightarrow \rho_A g \Delta h < \rho_B g \Delta h \quad (2)$$

با مقایسه‌ی دو رابطه‌ی (۱) و (۲) به پاسخ نهایی می‌رسیم:

$$P_A + \rho_A g \Delta h = P_B + \rho_B g \Delta h \xrightarrow{\rho_A g \Delta h < \rho_B g \Delta h} P_A > P_B$$

۱۹- گزینه۳ ابتدا شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



حالا با توجه به شکل، معادله‌ی فشار وارد بر کف استوانه را می‌نویسیم:

$$P_{\text{حاصل از مایع‌ها}} = \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}} + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}}$$

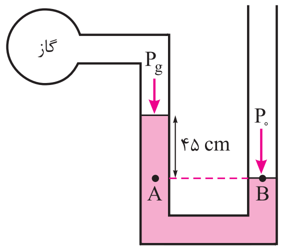
$$\Rightarrow ۲۰۰۰ = (۰/۶\times۱۰^{۳})\times۱۰\times h_{\text{روغن}} + (۱\times۱۰^{۳})\times۱۰\times(۱۰\times۱۰^{-۲})$$

$$\Rightarrow ۲ = ۶h_{\text{روغن}} + ۱ \Rightarrow h_{\text{روغن}} = \frac{۲-۱}{۶} = \frac{۱}{۶}\,m = \frac{۱۰۰}{۶}\,cm$$

حالا با استفاده از رابطه‌ی $m=\rho V$ کار را تمام می‌کنیم:

$$m = \rho V = \rho A h = (۰/۶\,g/cm^{۳})\times(۲۰\,cm^{۲})\times(\frac{۱۰۰}{۶}\,cm) = ۲۰۰\,g$$

۲۰- گزینه۱ در شکل مقابل، دو نقطه‌ی A و B هم‌فشار هستند:



$$P_A = P_B$$

$$P_g + \rho g h = P_{\circ} \Rightarrow P_g = P_{\circ} - \rho g h \Rightarrow P_g = ۱۰^{۵} - ۱۳۶۰۰\times۱۰\times۰/۴۵$$

$$\Rightarrow P_g = ۳۸۸۰۰\,Pa$$

۲۱- گزینه۲ با توجه به رابطه‌ی چگالی مخلوط داریم:

$$\rho = \frac{m_۱+m_۲}{V_{\text{کل}}} = \frac{\rho_{\text{نقره}}V_{\text{نقره}} + \rho_{\text{طلا}}V_{\text{طلا}}}{V_{\text{کل}}} \Rightarrow ۱۳/۶ = \frac{۱۰V_{\text{نقره}} + ۱۹V_{\text{طلا}}}{۵} \Rightarrow ۶۸ = ۱۰V_{\text{نقره}} + ۱۹V_{\text{طلا}}$$

علاوه بر رابطه‌ی فوق، یک معادله‌ی دیگر هم داریم که همان $V_{\text{نقره}} + V_{\text{طلا}} = ۵\,cm^{۳}$ است. به کمک این دو رابطه حجم نقره را به دست می‌آوریم:

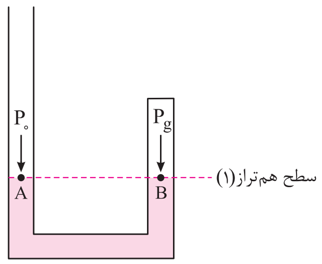
$$\left.\begin{aligned} ۶۸ &= ۱۰V_{\text{نقره}} + ۱۹V_{\text{طلا}} \\ ۵ &= V_{\text{نقره}} + V_{\text{طلا}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} ۶۸ &= ۱۰V_{\text{نقره}} + ۱۹V_{\text{طلا}} \\ ۹۵ &= ۱۹V_{\text{نقره}} + ۱۹V_{\text{طلا}} \end{aligned}\ \uparrow -$$

$$۲۷ = ۹V_{\text{نقره}} \Rightarrow V_{\text{نقره}} = ۳\,cm^{۳}$$

حالا به‌راحتی می‌توانیم جرم نقره را به دست آوریم:

$$m_{\text{نقره}} = \rho_{\text{نقره}}V_{\text{نقره}} = ۱۰\times۳ = ۳۰\,g$$

۲۲- گزینه۴ **گام اول**: ابتدا فشار هوا در طرف بسته‌ی لوله را به دست می‌آوریم. برای این کار یک سطح هم‌تراز مانند آن‌چه که در شکل مقابل نشان داده‌ایم، رسم می‌کنیم. دو نقطه‌ی A و B هم‌ترازند، پس هم‌فشار هستند:



$$P_A = P_B$$

اما فشار در نقطه‌ی A برابر $P_{\circ}$ و فشار در نقطه‌ی B برابر P_g است، پس داریم:

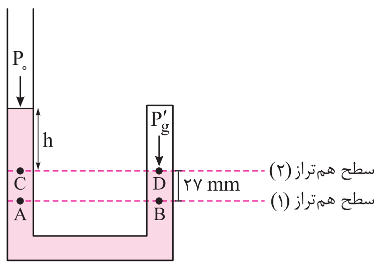
$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\circ} = P_g = ۱۰^{۵}\,Pa$$

پس فشار اولیه‌ی هوا در طرف بسته، برابر با فشار هوا در طرف آزاد لوله است.

گام دوم: پس از ریختن جیوه در لوله، حجم هوای طرف بسته‌شده کاهش می‌یابد. با کاهش حجم هوا، فشار افزایش می‌یابد که مقدار آن را با توجه به قانون گازها به دست می‌آوریم:

$$P_gV_g = P'_gV'_g \Rightarrow ۱۰^{۵}\times A\times\frac{۷۷}{۱۰۰۰} = P'_g\times A\times\frac{۵۰}{۱۰۰۰} \Rightarrow P'_g = ۱/۵۴\times۱۰^{۵}\,Pa$$

گام سوم: حالا شکل حالت مربوط به بعد از ریختن جیوه را رسم می‌کنیم. با ریختن جیوه، سطح آن در طرف بسته $۷۷-۵۰=۲۷\,mm$ بالاتر از نقطه‌ی B قرار می‌گیرد. دو نقطه‌ی C و D هم‌ترازند، پس:



$$P_C = P_D \Rightarrow \rho g h + P_{\circ} = P'_g$$

$$۱۳۵۰۰\times۱۰\times h + ۱۰^{۵} = ۱/۵۴\times۱۰^{۵} \Rightarrow h = ۰/۴\,m = ۴۰\,cm$$

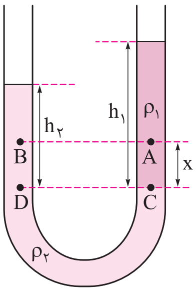
گام چهارم: مقدار جیوه‌ی اضافه‌شده برابر با مجموع افزایش ارتفاع ستون جیوه در دو طرف، ضرب در سطح مقطع لوله است؛ پس داریم:

$$\text{مجموع افزایش ارتفاع} = h + ۲۷\,mm + ۲۷\,mm = ۴۰\,cm + ۲/۷\,cm + ۲/۷\,cm = ۴۵/۴\,cm$$

پس حجمی که باید به لوله اضافه شود برابر است با:

$$\text{حجم اضافه‌شده} = \text{مجموع افزایش ارتفاع} \times \text{سطح مقطع لوله} = ۴۵/۴\times۱ = ۴۵/۴\,cm^{۳}$$

۲۳- گزینه ۱ **گام اول:** یک سطح هم‌تراز مانند سطح نشان داده شده در شکل روبه‌رو می‌کشیم. از آن‌جا که دو نقطه‌ی C و D هم‌تراز هستند، داریم:



$$P_C = P_D \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \xrightarrow{h_2<h_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1} < 1 \Rightarrow \rho_1 < \rho_2$$

گام دوم: می‌توانیم فشار نقاط C و D را برحسب فشار دو نقطه‌ی A و B بنویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} P_C = P_A + \rho_1 g x \\ P_D = P_B + \rho_2 g x \end{array}\right\} \xrightarrow{P_C = P_D} P_A + \rho_1 g x = P_B + \rho_2 g x \xrightarrow{\rho_2 > \rho_1} P_A > P_B$$

۲۴- گزینه ۴ **گام اول:** از آن‌جا که یخ در ظرف باقی مانده است، می‌فهمیم دمای تعادل نهایی $0\,^\circ C$ است.

پس طرح‌واره‌ی گرمایی این فرایند به شکل زیر است: (فرض کنید m گرم یخ ذوب می‌شود.)

$$\boxed{50^\circ C \ \text{آب} \ 800\,g} \xrightarrow{Q_1 = m_{\text{آب}}\, c\Delta\theta} \boxed{0^\circ C \ \text{گرم آب} \ (800+m)} \xleftarrow{Q_2 = mL_F} \boxed{0^\circ C \ \text{گرم یخ} \ m}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}}\, c\Delta\theta + mL_F = 0 \Rightarrow |m_{\text{آب}}\, c\Delta\theta| = +mL_F$$

$$\Rightarrow 800 \times \overset{1}{\cancel{4200}} \times |0-50| = m \times \overset{80}{\cancel{336000}} \Rightarrow m_{\text{یخ}} = 500\,g$$

گام دوم: عجله نکنید! ۵۰۰g یخ ذوب شده و ۱۰۰g هم باقی مانده، پس جرم اولیه‌ی یخ ۶۰۰g بوده است.

۲۵- گزینه ۱ طول هر دو میله یکسان است و هر دو میله بین دو منبع گرمایی یکسان قرار دارند؛ یعنی:

$$\begin{cases} L_A = L_B \\ \Delta T_A = \Delta T_B \end{cases}$$

با توجه به این موضوع، به سراغ نوشتن نسبت رسانش گرمایی می‌رویم:

$$\frac{H_A}{H_B} = \frac{\dfrac{k_A A_A \cancel{\Delta T}}{\cancel{L}}}{\dfrac{k_B A_B \cancel{\Delta T}}{\cancel{L}}} = \frac{k_A}{k_B} \times \frac{A_A}{A_B} = 6 \times \frac{1}{3} = 2$$

۲۶- گزینه ۱ **گام اول:** طراح درصد تغییر حجم را گفته، ولی حرفی از کاهش یا افزایش حجم نزده! اما جای نگرانی نیست؛ چرا که می‌دانیم در دمای ثابت، فشار با حجم رابطه‌ی عکس دارد و چون فشار زیاد شده، قاعدتاً حجم کم شده؛ با این حساب از رابطه‌ی نسبی گازها به رابطه‌ی بین فشار ثانویه و اولیه خواهیم رسید:

$$\Delta V = -0/6\, V_1 \Rightarrow V_2 - V_1 = -0/6\, V_1 \Rightarrow V_2 = 0/4\, V_1 \xrightarrow{T_2 = T_1} \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{0/4\, V_1} \Rightarrow P_2 = 2/5\, P_1$$

گام دوم: از طرفی میزان افزایش فشار را می‌دانیم؛ پس با نوشتن دو معادله و دو مجهول به مقدار P_1 (فشار اولیه) می‌رسیم:

$$\begin{cases} P_2 = 2/5\, P_1 \\ P_2 - P_1 = 15 \times 10^4 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{2/5\, P_1 - P_1}_{1/5\, P_1} = 15 \times 10^4 \Rightarrow P_1 = 10^5\ Pa$$

۲۷- گزینه ۳ این یک تست محاسباتی و وقت‌گیر است.

گام اول: اطلاعات مسئله را با دقت، بازنویسی می‌کنیم:

طول میله‌ی آهنی ۱ mm بیشتر از طول میله‌ی مسی است. $\Rightarrow \ell_{0\,\text{آهنی}} = \ell_{0\,\text{مسی}} + 1 \Rightarrow \ell_{0\,\text{مسی}} = \ell_{0\,\text{آهنی}} - 1$

طول نهایی میله‌ی مسی ۰/۵ mm بیشتر از طول نهایی میله‌ی آهنی است. $\Rightarrow \ell_{\text{مسی}} = \ell_{\text{آهنی}} + 0/5$

گام دوم: تغییرات طول میله‌ی مسی برابر است با:

$$\Delta\ell_{\text{مسی}} = \ell_{\text{مسی}} - \ell_{0\,\text{مسی}} = \ell_{\text{آهنی}} + 0/5 - (\ell_{0\,\text{آهنی}} - 1) \Rightarrow \Delta\ell_{\text{مسی}} = \Delta\ell_{\text{آهنی}} + 1/5$$

گام سوم: حالا با قراردادن معادل $\Delta\ell$ از رابطه‌ی $\Delta\ell = \ell_0 \alpha \Delta\theta$ پاسخ تست را با مشقت فراوان محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta\ell_{\text{مسی}} = \Delta\ell_{\text{آهنی}} + 1/5 \xrightarrow{\Delta\ell = \ell_0\alpha\Delta\theta} \ell_{0\,\text{مسی}}(1/8 \times 10^{-5}) \times 100 = (\ell_{0\,\text{آهنی}} \times 1/2 \times 10^{-5} \times 100) + 1/5$$

$$\xrightarrow{\ell_{0\,\text{مسی}} = \ell_{0\,\text{آهنی}} - 1} (\ell_{0\,\text{آهنی}} - 1)(1/8 \times 10^{-5}) \times 100 = (\ell_{0\,\text{آهنی}} \times 1/2 \times 10^{-5} \times 100) + 1/5$$

$$\xrightarrow{\text{بعد از محاسبات طاقت‌فرسا}} \ell_{0\,\text{آهنی}} = 2503\ mm = 2/503\ m$$

۲۸- گزینه ۲ **گام اول:** حالت نهایی فرایند معلوم است؛ پس بدون مشکل می‌توانیم طرح‌واره‌ی گرمایی فرایند را رسم کنیم:

$$\boxed{\text{یخ}\ -5^\circ C} \xrightarrow[\Delta\theta_1]{Q_1} \boxed{\text{یخ}\ 0^\circ C} \xrightarrow{Q_2} \boxed{\text{آب}\ 0^\circ C} \xrightarrow[\Delta\theta_2]{Q_3} \boxed{\text{آب}\ 50^\circ C}$$

گام دوم: حالا گرمای هر فرایند را حساب می‌کنیم. گرماهای ویژه را برحسب کیلوژول حساب می‌کنیم تا در آخر کارمان راحت باشد.

$$Q_1 = mc_{\text{یخ}}\Delta\theta_1 = 0/2\times 2/1\times 5 = 2/1\,kJ$$

$$Q_2 = mL_F = 0/2\times 335 = 67\,kJ$$

$$Q_3 = mc_{\text{آب}}\Delta\theta_3 = 0/2\times 4/2\times 50 = 42\,kJ$$

گام سوم: با جمع این مقدارها، گرمای لازم برای انجام این فرایند مشخص می‌شود:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 2/1 + 67 + 42 = 111/1\,kJ$$

۲۹- گزینه۳ **گام اول:** با توجه به گرمایی که آب از دست می‌دهد، دمای نهایی آب را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc_{\text{آب}}\Delta\theta_1 \Rightarrow -294\times 10^3 = 2\times 4200\times\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = -35\,^\circ C \Rightarrow \theta_2 - 40 = -35 \Rightarrow \theta_2 = 5\,^\circ C$$

گام دوم: دمای تعادل $5\,^\circ C$ است، پس یخ $-5\,^\circ C$ به آب $5\,^\circ C$ تبدیل می‌شود:

$$Q = m'c_{\text{یخ}}\Delta\theta_2 + m'L_F + m'c_{\text{آب}}\Delta\theta_3$$

$$\boxed{\text{یخ}\ -5\,^\circ C} \longrightarrow \boxed{\text{یخ}\ 0\,^\circ C} \longrightarrow \boxed{\text{آب}\ 0\,^\circ C} \longrightarrow \boxed{\text{آب}\ 5\,^\circ C}$$

$$294\times 10^3 = m'(2100\times 5 + 336000 + 4200\times 5) \Rightarrow m' = \frac{294000}{367500} = 0/8\,kg = 800\,g$$

۳۰- گزینه۲ نکته‌ی کلیدی برای حل این سؤال آن است که آهنگ رسانش گرما در محل اتصال دو میله‌ی فلزی با هم برابر است؛ یعنی:

$$H_1 = H_2 \Rightarrow k_1 \cancel{A}\frac{\Delta T_1}{L_1} = k_2 \cancel{A}\frac{\Delta T_2}{L_2}$$

$$\cancelto{5}{400}\times\frac{\cancelto{1}{25}}{20} = \cancelto{1}{80}\times\frac{\cancelto{3}{75}}{L_2} \Rightarrow L_2 = \frac{3\times 20}{5} = 12\,cm$$

۳۱- گزینه۲ **گام اول:** ابتدا نسبت جرم‌های دو کره را به دست می‌آوریم. دقت کنید که جرم کره‌ی B برابر چگالی ضرب در حجم قسمت توپر است:

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho V_A}{\rho V_B} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_A{}^3}{\frac{4}{3}\pi(r_{2B}{}^3 - r_{1B}{}^3)} = \frac{(20\times 10^{-2})^3}{(20\times 10^{-2})^3 - (10\times 10^{-2})^3} = \frac{8}{7}$$

گام دوم: گرمای داده‌شده به هر دو جسم برابر است؛ پس:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c\Delta\theta_A = m_B c\Delta\theta_B \Rightarrow \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{8}{7}$$

۳۲- گزینه۳ با مسئله، مثل انبساط طولی بین دو نقطه برخورد کنید. ضریب انبساط سطحی دو برابر ضریب انبساط طولی است؛ پس:

$$2\alpha = 3/6\times 10^{-5}\,K^{-1} \Rightarrow \alpha = 1/8\times 10^{-5}\,K^{-1} = 1/8\times 10^{-5}\,^\circ C^{-1}$$

حالا با استفاده از رابطه‌ی $L' = L(1+\alpha\Delta\theta)$ مقدار فاصله‌ی AB را در $\theta = 200\,^\circ C$ به دست می‌آوریم:

$$L = 50\,cm = 500\,mm \Rightarrow L' = L(1+\alpha\Delta\theta) = 500(1 + 1/8\times 10^{-5}\times(200-0)) = 501/8\,mm$$

۳۳- گزینه۲ در رابطه‌ی کارنو، دماها برحسب کلوین است و ما رابطه‌ی بین دماها را برحسب سلسیوس داریم؛ پس در رابطه‌ی کارنو، کلوین را به سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{\overbrace{T_H - T_C}^{\Delta T = \Delta\theta}}{T_H} \xrightarrow[T_H = \theta_H + 273]{\theta_H = 4\theta_C} \frac{\overbrace{4\theta_C - \theta_C}^{3\theta_C}}{4\theta_C + 273} = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow 4\theta_C + 273 = 10\theta_C \Rightarrow 6\theta_C = 273 \Rightarrow \theta_C = \frac{273}{6} = \frac{3\times 91}{6} = \frac{91}{2} = 45/5\,^\circ C$$

۳۴- گزینه۲ با توجه به رابطه‌ی $PV = nRT$ و داده‌های نمودار داریم:

$$\frac{P_A V_A}{n_A T_A} = \frac{P_B V_B}{n_B T_B} \xrightarrow[P_B = \frac{7}{4}P_A]{T_B = T_A} \frac{P_A\times 10}{5\times T_A} = \frac{\frac{7}{4}P_A\times 16}{n_B\times T_A} \Rightarrow n_B = \frac{5\times\frac{7}{4}\times 16}{10} = 14\,mol$$

۳۵- گزینه۳ **گام اول:** فشار و تغییر حجم را داریم، پس می‌توانیم کار را محاسبه کنیم:

$$W = -P\Delta V = -2\times 10^5\times(2-6)\times 10^{-3} = 800\,J$$

گام دوم: حالا هم Q را داریم و هم W؛ پس ΔU با یک جمع ساده معلوم می‌گردد:

$$\Delta U = Q + W = -2800 + 800 = -2000\,J$$

۳۶- گزینه۴ چون گرمای مبادله‌شده در فرایند بی‌دررو صفر است، کار در فرایند بی‌دررو برابر تغییرات انرژی درونی است. چون گاز تک‌اتمی است، داریم:

$$W = \Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T \Rightarrow -1650 = \frac{3}{2}\times 1\times 8\times\Delta T \Rightarrow \Delta T = -137/5\,K$$

پس دمای گاز $137/5\,^\circ C$ کاهش می‌یابد.

۳۷- گزینه‌ی ۱ **گام اول:** ابتدا دمای حالت سوم را به دست می‌آوریم. برای این کار ابتدا T_2 را محاسبه می‌کنیم و سپس با استفاده از قانون گازها برای فرایند دوم که هم‌حجم است، T_3 را به دست می‌آوریم:

$$T_1 = 7 + 273 = 280\,K$$
$$T_2 = 147 + 273 = 420\,K$$

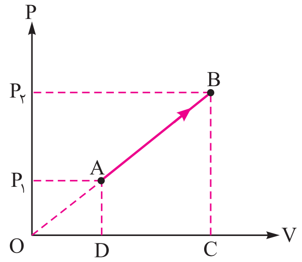
با توجه به این‌که فرایند هم‌حجم است، داریم:

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{P_3}{P_2} \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{P_2 - \frac{25}{100}P_2}{P_2} = \frac{\frac{75}{100}P_2}{P_2} = \frac{75}{100} \Rightarrow T_3 = \frac{75}{100}T_2 = \frac{75}{100} \times 420 = 315\,K$$

گام دوم: با توجه به این‌که انرژی درونی تابع حالت است، تغییرات انرژی درونی در طی همه‌ی فرایندها برابر $nC_V(T_{\text{نهایی}} - T_{\text{اولیه}})$ است:

$$\Delta U_{\text{کل}} = nC_V(T_3 - T_1) = 0/5 \times 12 \times 35 = 210\,J$$

۳۸- گزینه‌ی ۴ در قدم اول با استفاده از تشابه، تعیین می‌کنیم که فشار در حالت دوم چند برابر فشار در حالت اول است:



$$\frac{OD}{OC} = \frac{AD}{BC} \Rightarrow \frac{V_1}{3V_1} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow P_2 = 3P_1$$

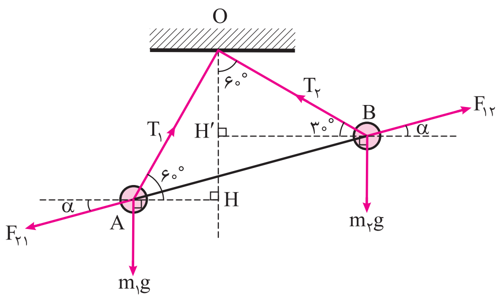
حالا به کمک قانون گازها محاسبه می‌کنیم که دما چند برابر شده است:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2V_2}{P_1V_1} = \frac{(3P_1)(3V_1)}{P_1V_1} = 9$$

۳۹- گزینه‌ی ۴ یک سؤال خیلی ساده! کافی است n را از رابطه‌ی $q = ne$ به دست آورید:

$$q = ne \Rightarrow 1\times10^{-6} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{1\times10^{-6}}{1/6\times10^{-19}} = 6/25\times10^{+12}$$

۴۰- گزینه‌ی ۳ با یکی از سخت‌ترین تست‌های کنکور روبه‌رو هستیم! در شکل (الف):

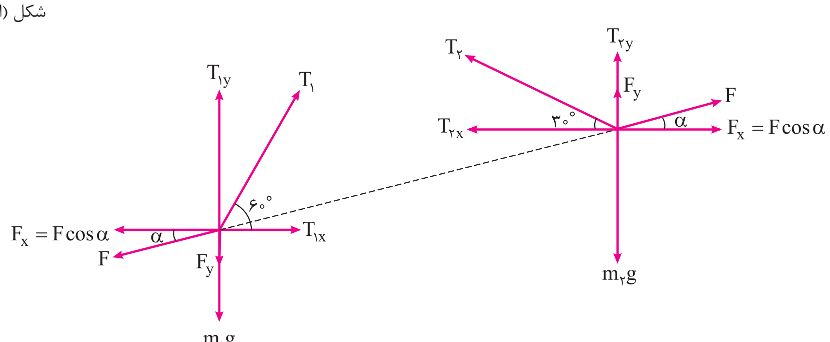


شکل (الف)

گام اول: از نقطه‌های A و B بر خط OH عمود می‌کنیم تا زاویه‌های $O\hat{B}H'$ و $O\hat{A}H$ معلوم شوند.

گام دوم: هم‌چنین در شکل معلوم است که خط‌های BH' و AH موازی‌اند و خط AB مورب است، بنابراین زاویه‌هایی که نیروهای F_{12} و F_{21} با خط افق می‌سازند (یعنی α) با هم برابرند.

گام سوم: نیروهای F_{12} و F_{21} عمل و عکس‌العمل‌اند، پس هم‌اندازه هستند و ما از این پس آن‌ها را F می‌نامیم.



شکل (ب)

با توجه به شکل (ب)، مؤلفه‌ی افقی F برای هر دو بار q و 2q برابر $F\cos\alpha$ است. از سوی دیگر این مؤلفه‌های افقی با مؤلفه‌ی افقی نیروهای کشش (T_{1x} و T_{2x}) خنثی می‌شوند، پس داریم:

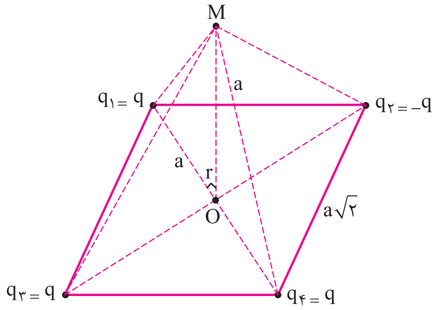
$$\begin{cases} F\cos\alpha = T_{1x} \\ F\cos\alpha = T_{2x} \end{cases} \Rightarrow T_{1x} = T_{2x} \Rightarrow T_1\cos60^\circ = T_2\cos30^\circ \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\cos30^\circ}{\cos60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

۴۱- گزینه‌ی ۲ می‌دانیم که نیروی الکتریکی وارد بر یک ذره از رابطه‌ی $F = Eq$ محاسبه می‌شود. این را هم می‌دانیم که میدان الکتریکی برای دو صفحه‌ی موازی از رابطه‌ی $E = \frac{V}{d}$ به دست می‌آید؛ بنابراین:

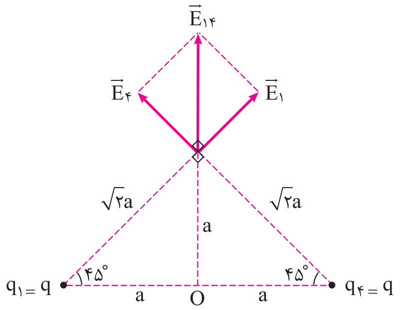
$$\begin{cases} F = Eq \\ E = \frac{V}{d} \end{cases} \Rightarrow F = \frac{V}{d}q = \frac{500}{2\times10^{-2}} \times 2 \times 1/6 \times 10^{-19} = 8\times10^{-15}\,N$$

یادآوری: ذره‌ی آلفا (α)، $^4_2He^{2+}$ است؛ یعنی اندازه‌ی بار الکتریکی آن برابر ۲ الکترون است.

۴۲- گزینه۱ **گام اول**: قبل از هر کاری، باید بفهمیم نقطه‌ای که به دنبالش هستیم، کجاست! مطابق چیزی که طراح گفته، باید یک محور که از مرکز مربع می‌گذرد را به سطح مربع عمود کنیم و به اندازه‌ی a از مرکز فاصله بگیریم. برای مشخص‌کردن این نقطه در شکل، باید درک سه‌بعدی خوبی داشته باشید!



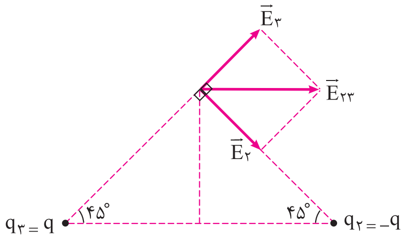
گام دوم: همان‌طور که می‌بینید، نقطه‌ی M معلوم شد. حالا برای محاسبه‌ی بزرگی میدان الکتریکی در نقطه‌ی M باید میدان الکتریکی ناشی از هر بار را حساب کنیم. با کمی دقت در شکل، می‌بینید که اگر بارها را به صورت ضربدری برایندگیری کنیم، کارمان ساده‌تر است؛ چرا که در یک صفحه قرار می‌گیرند؛ یعنی $q_۱$ با $q_۴$ و $q_۲$ با $q_۳$:



$$E_۱=E_۴=k\frac{q}{r^۲}\xrightarrow{r=\sqrt{۲}a}E_۱=E_۴=k\frac{q}{۲a^۲}$$

$$E_{۱۴}=\sqrt{۲}E_۱=\frac{\sqrt{۲}kq}{۲a^۲}$$ (زاویه‌ی بین $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۴$، ۹۰° است.)

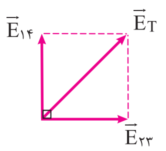
به همین طریق برای $q_۲$ و $q_۳$ هم عمل می‌کنیم:



$$E_۳=E_۲=k\frac{q}{۲a^۲}$$

$$E_{۲۳}=\frac{\sqrt{۲}kq}{۲a^۲}$$

گام سوم: حالا اگر این ۲ صفحه را دوباره به حالت سه‌بعدی نگاه کنید، می‌بینید که بر هم عمودند؛ یعنی:



$$\begin{cases}E_T=\sqrt{۲}E_{۱۴}\\E_{۱۴}=E_{۲۳}\end{cases}\Rightarrow E_T=\frac{\cancel{\sqrt{۲}}kq}{\cancel{\sqrt{۲}}a^۲}=\frac{kq}{a^۲}$$

۴۳- گزینه۲ نکته این‌جاست که اگر اندازه‌ی بارها برابر شود، نیروی دافعه‌ی بین بارهای الکتریکی بیشینه می‌شود.

$$q_t=q_۱+q_۲=q_۱+۲q_۱=۳q_۱$$

$$q'_۱=q'_۲=\frac{q_t}{۲}=\frac{۳}{۲}q_۱=\frac{۳}{۲}(\frac{q_۲}{۲})=\frac{۳}{۴}q_۲$$

بنابراین باید به میزان $\frac{q_۲}{۴}$ از بار $q_۲$ برداریم؛ یعنی باید ۲۵ درصد از بار $q_۲$ را به $q_۱$ منتقل کنیم.

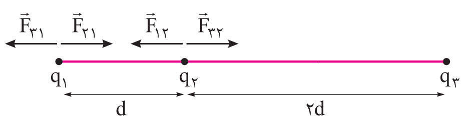
۴۴- گزینه۳ **گام اول**: از کار و انرژی می‌دانیم اگر تنها نیروی مؤثر وارد بر ذره فقط نیروی الکتریکی باشد، داریم:

$$\Delta U=-\Delta K=-\frac{۱}{۲}m(v^۲-v_۰^۲)=-\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times ۱۰^{-۳}\times(۱۰^۲-۰)\Rightarrow \Delta U=-۵\times ۱۰^{-۳}J=-۵\times ۱۰^۳\mu J$$

گام دوم: حالا به کمک رابطه‌ی $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$ پاسخ را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow -۱۰۰-۱۰۰=\frac{-۵\times ۱۰^۳}{q}\Rightarrow q=\frac{-۵\times ۱۰^۳}{-۲۰۰}=۲۵\mu C$$

۴۵- گزینه۴ **گام اول**: ابتدا برایند نیروهای وارد بر بار $q_۱$ و $q_۲$ را به صورت کلی می‌نویسیم:



برایند نیروهای وارد بر بار $q_۱$ $=|F_{۳۱}-F_{۲۱}|$

برایند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ $=|F_{۳۲}-F_{۱۲}|$

گام دوم: حالا باید برایند نیروهای وارد بر این دو بار را مساوی هم قرار دهیم:

(دقت کنید که $F_{۳۲}>F_{۳۱}$ است؛ چرا که $|q_۱|=|q_۲|$ است و فاصله‌ی بین $q_۲$ و $q_۳$ کم‌تر از $q_۱$ و $q_۳$ است و هم‌چنین $F_{۲۱}>F_{۳۱}$ است؛ چرا کـه $|q_۲|=|q_۳|$ است و فاصله‌ی بین $q_۱$ و $q_۲$ کم‌تر از $q_۱$ و $q_۳$ است.)

$$|F_{۳۱}-F_{۲۱}|=|F_{۳۲}-F_{۱۲}|\xrightarrow[\substack{F_{۱۲}=F_{۲۱}\\F_{۳۲}>F_{۳۱}\\F_{۲۱}>F_{۳۱}}]{\text{تنها حالت ممکن}}F_{۲۱}-F_{۳۱}=F_{۳۲}-F_{۲۱}\Rightarrow ۲F_{۲۱}=F_{۳۱}+F_{۳۲}$$

گام سوم: حالا وقت بازکردن رابطه‌ی نیروها است:

$$۲k\frac{q_۱q_۲}{d^۲}=k\frac{q_۳q_۱}{۹d^۲}+k\frac{q_۳q_۲}{۴d^۲}\xrightarrow{q_۱=q_۲}۲\cancel{k}\frac{q_۱^{\cancel{۲}}}{\cancel{d^۲}}=\cancel{k}\frac{\cancel{q_۱}}{\cancel{d^۲}}(\frac{q_۳}{۹}+\frac{q_۳}{۴})$$

$$\Rightarrow ۲q_۱=\frac{۴q_۳+۹q_۳}{۳۶}\Rightarrow ۷۲q_۱=۱۳q_۳\Rightarrow\frac{q_۳}{q_۱}=\frac{۷۲}{۱۳}$$

۴۶- **گزینه۳** می‌دانیم که انرژی خازن در خازن‌های متوالی با ظرفیت خازن رابطه‌ی عکس دارد؛ یعنی:

$$\frac{U_t}{U_۲}=\frac{C_۲}{C_t}$$

پس کافی است C_t را حساب کنیم و در رابطه‌ی بالا قرار دهیم:

$$\frac{۱}{C_t}=\frac{۱}{C_۱}+\frac{۱}{۱/۵C_۱}+\frac{۱}{۳C_۱}=\frac{۳+۲+۱}{۳C_۱}\Rightarrow C_t=\frac{C_۱}{۲}$$

$$\frac{U_t}{U_۲}=\frac{C_۲}{C_t}\Rightarrow\frac{U_t}{۳۰}=\frac{۱/۵C_۱}{\frac{C_۱}{۲}}\Rightarrow U_t=۹۰\,\text{mJ}$$

۴۷- **گزینه۴** **گام اول**: اختلاف پتانسیل دو سر خازن $C_۱$، ۳ برابر اختلاف پتانسیل دو سر خازن $C_۲$ است:

$$\begin{cases}V_۱=۳V_۲\\V_۱+V_۲=\varepsilon\end{cases}\Rightarrow ۳V_۲+V_۲=۱۲\Rightarrow V_۲=۳\,V\,,\,V_۱=۹\,V$$

گام دوم: بار خازن $C_۲$ برابر $q_۲=۱۸\,\mu C$ است. پس داریم:

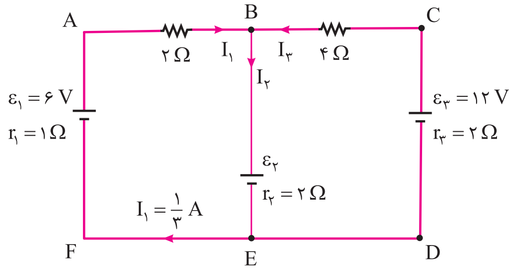
$$q_۲=C_۲V_۲\Rightarrow ۱۸=C_۲\times۳\Rightarrow C_۲=۶\,\mu F$$

همین‌جا گزینه‌ی درست (یعنی گزینه‌ی (۴)) معلوم شد. *اما ما چون زیاد وقت داریم، تا تهش را حل می‌کنیم!* چون خازن‌های $C_۱$ و $C_۲$ متوالی‌اند، بار خازن‌های $C_۱$ و $C_۲$ با هم برابر است؛ یعنی:

$$q_۱=q_۲=۱۸\,\mu C$$

$$q_۱=C_۱V_۱\Rightarrow ۱۸=C_۱\times۹\Rightarrow C_۱=۲\,\mu F$$

۴۸- **گزینه۱** **گام اول**: جریان $I_۱$ را می‌دانیم و از طرفی $\varepsilon_۳$ و $r_۳$ را هم داریم؛ پس اگر قاعده‌ی حلقه را برای حلقه‌ی ACDFA بنویسیم؛ تنها مجهولمان جریان $I_۳$ است. برای $I_۳$ یک جهت فرضی در نظر می‌گیریم؛ اگر علامت آن مثبت بود، یعنی کارمان درست است! در غیر این صورت فقط جهت جریان $I_۳$ را عوض می‌کنیم و مقدار بـه دسـت آمـده را مثبت می‌کنیم و از نقطه‌ی B شروع می‌کنیم:



$$ACDFA: V_A-\underbrace{۲I_۱}_{RI_۱}+\underbrace{۴I_۳}_{RI_۳}+\underbrace{۲I_۳}_{rI_۳}-\underbrace{۱۲}_{\varepsilon_۳}-\underbrace{I_۱}_{rI_۱}+\underbrace{۶}_{\varepsilon_۱}=V_A$$

$$V_A-۷+۶I_۳=V_A\Rightarrow ۶I_۳=۷\Rightarrow I_۳=\frac{۷}{۶}A$$

گام دوم: حالا که جریان $I_۱$ و $I_۳$ را می‌دانیم؛ با یک جمع ساده جریان در شاخه‌ی میانی به دست می‌آید:

$$I_۲=I_۱+I_۳=\frac{۱}{۳}+\frac{۷}{۶}=\frac{۳}{۲}A$$

گام سوم: همان‌طور که در مدار می‌بینید جریان $I_۱$ در خلاف جهت مولد است؛ پس توان ورودی باتری برابر است با:

$$P=V_{BE}I_۲$$

توجه: دقت کنید که توان ورودی در کتاب درسی جدید آمده است.

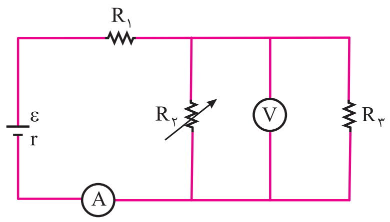
پس اگر V_{BE} را حساب کنیم، توان هم به دست می‌آید:

$$V_B+۴\times\frac{۷}{۶}+۲\times\frac{۷}{۶}-۱۲=V_E\Rightarrow V_{BE}=V_B-V_E=۵\,V$$

بنابراین:

$$P_{\text{ورودی}}=۵\times\frac{۳}{۲}=۷/۵\,A$$

۴۹- **گزینه۲** **گام اول**: با افزایش مقاومت $R_۲$، مقاومت معـادل مـدار زیـاد مـی‌شـود؛ پس طبـق رابطه‌ی $I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_T+r}\downarrow$ شدت جریان کل، کاهش می‌یابد؛ یعنی همان چیزی که آمپرسنج نشان می‌دهـد! (پس یا گزینه‌ی (۱) درست است یا گزینه‌ی (۲))

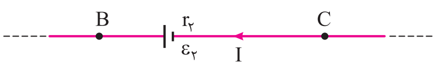


گام دوم: با کاهش جریان کل، طبق رابطه‌ی $\uparrow V=\varepsilon-rI\downarrow$، اختلاف پتانسیل کل مدار زیاد مـی‌شـود. از طرفی چون جریان کم شده، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ باید کاهش یابد $(\downarrow V_۱=R_۱I\downarrow)$. بـا ایـن حساب، برای ولتاژ دو سر مقاومت $R_۲$، به چنین رابطه‌ای می‌رسیم:

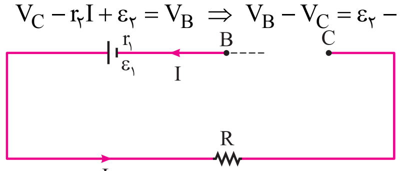
$$\uparrow V=V_۱\downarrow+V_۲\uparrow\Rightarrow$$ $V_۲$ افزایش می‌یابد.

بنابراین اختلاف پتانسیلی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، **افزایش می‌یابد**.

۵۰- **گزینه۳** اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R یعنی (A و C) نمـی‌توانـد صـفر شـود، چون طبق قانون اُهم $V_A-V_C=RI$ است. پس یا گزینه‌ی (۱) درسـت اسـت یـا گزینـه‌ی (۳). بـا توجه به این‌که $r_۲=R+r_۱$ است، گزینه‌ی (۳) درست است، زیرا:



$$V_C-r_۲I+\varepsilon_۲=V_B\Rightarrow V_B-V_C=\varepsilon_۲-r_۲I\quad(۱)$$



$$V_B-r_۱I-RI+\varepsilon_۱=V_C$$

$$\Rightarrow V_B-V_C=+(r_۱+R)I-\varepsilon_۱\xrightarrow[\varepsilon_۱=\varepsilon_۲]{r_۱+R=r_۲}V_B-V_C=r_۲I-\varepsilon_۲\quad(۲)$$

اگر دو رابطه‌ی (۱) و (۲) را با هم جمع کنیم، خواهیم دید که:

$$(V_B-V_C)+(V_B-V_C)=\varepsilon_۲-r_۲I+r_۲I-\varepsilon_۲=۰\Rightarrow V_B-V_C=۰$$

حواستان باشد! این رابطه برای نقاط A و B هم برقرار نیست، زیرا:

در مدار از نقطه‌ی B به A در جهت جریان

$$V_B+\varepsilon_1-r_1I=V_A \Rightarrow V_A-V_B=\varepsilon_1-r_1I \quad (1)$$

در مدار از نقطه‌ی B به A در خلاف جهت جریان

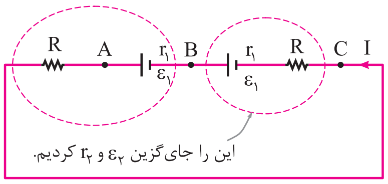
$$V_B-\varepsilon_2+r_2I+RI=V_A$$

$$\Rightarrow V_A-V_B=-\varepsilon_2+(r_2+R)I \xrightarrow[r_2=R+r_1]{\varepsilon_1=\varepsilon_2} =-\varepsilon_1+2RI+r_1I \quad (2)$$

با جمع روابط (۱) و (۲) داریم:

$$2(V_A-V_B)=-r_1I+2RI+r_1I=2RI \Rightarrow V_A-V_B=RI\neq 0$$

روش دوم: چون $r_2=R+r_1$ است، مدار را به صورت زیر درمی‌آوریم.



همین‌طور که در شکل می‌بینید، دو قسمتی که دورشان خط‌چین کشیدیم مشابه‌اند، پس می‌توانیم بنویسیم:

از C تا B در جهت جریان: $V_B-V_C=X \quad (1)$

از B تا C در جهت جریان: $V_C-V_B=X \quad (2)$

اگر رابطه‌ی (۱) و (۲) را از هم کم کنیم، به جواب می‌رسیم:

$$(V_B-V_C)-(V_C-V_B)=X-X \Rightarrow V_B-V_C=0$$

روش سوم: I را محاسبه می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{r_2+r_1+R} \xrightarrow[r_2=r_1+R]{\varepsilon_1=\varepsilon_2} I=\frac{2\varepsilon_2}{2r_2}=\frac{\varepsilon_2}{r_2}$$

در مدار از نقطه‌ی C به B می‌رویم:

$$V_C-r_2I+\varepsilon_2=V_B \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon_2}{r_2}} V_C-(r_2\times\frac{\varepsilon_2}{r_2})+\varepsilon_2=V_B \Rightarrow V_B-V_C=0$$

۵۱- گزینه ۴ **گام اول**: اگر یادتان باشد، مقدار مقاومت به مشخصات ساختمانی خازن بستگی داشت و از رابطه‌ی $R=\rho\frac{\ell}{A}$ به دست می‌آمد.

خواسته‌ی طراح در این سؤال این است $\frac{\rho_B}{\rho_A}$ چه‌قدر است، بنابراین:

$$R=\rho\frac{\ell}{A} \Rightarrow \rho=\frac{RA}{\ell}$$

گام دوم: این را می‌دانیم که طول و مقاومت الکتریکی دو سیم مساوی است؛ پس با توجه به رابطه‌ی $\rho=\overset{\text{ثابت}}{\frac{RA}{\ell}}$، چگالی با سطح مقطع سیم متناسب است. $(\rho\propto A)$؛ اما اطلاعی در مورد A نداریم، ولی در عوض در مورد جرم و چگالی دو سیم چیزهایی می‌دانیم؛ پس به سراغ رابطه‌ی چگالی می‌رویم:

$$(1)\quad V=A\ell \xrightarrow{\text{ثابت } \ell} V\propto A$$

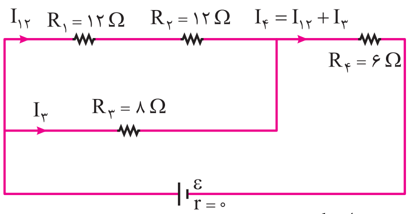
(چون هم چگالی و هم مقاومت ویژه را با ρ نمایش می‌دهیم، برای آن‌که اشتباه نکنید، چگالی را به صورت فارسی می‌نویسیم!)

$$(2)\quad V=\frac{m}{\text{چگالی}} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A}=\frac{m_B}{m_A}\times\frac{\text{چگالی}_A}{\text{چگالی}_B} \xrightarrow{V\propto A} \frac{A_B}{A_A}=\frac{m_B}{m_A}\times\frac{\text{چگالی}_A}{\text{چگالی}_B} \Rightarrow \frac{A_B}{A_A}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{\frac{1}{3}}=2$$

در نتیجه:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{A_B}{A_A}=2$$

۵۲- گزینه ۴ **گام اول**: می‌دانیم در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت عکس مقاومت تسهیم می‌شود، پس برای شکل روبه‌رو داریم:



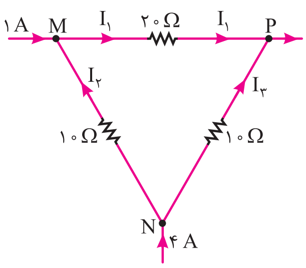
$$\frac{I_{12}}{I_3}=\frac{R_3}{R_1+R_2}=\frac{8}{12+12}=\frac{1}{3} \Rightarrow I_3=3I_{12}$$

$$I_4=I_{12}+I_3=I_{12}+3I_{12}=4I_{12}$$

گام دوم: حالا که جریان‌های عبوری از مقاومت‌های R_1 و R_4 را داریم، می‌توانیم نسبت توان مصرفی‌شان را هم حساب کنیم:

$$\frac{P_4}{P_1}=\frac{R_4I_4^2}{R_1I_{12}^2}=\frac{6\times(4I_{12})^2}{12\times I_{12}^2}=8$$

۵۳- گزینه ۴ **گام اول**: قبل از هر چیز، جریان‌ها را نام‌گذاری می‌کنیم:



گام دوم: حالا قاعده‌ی گره را برای نقاط M و N می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \text{نقطه‌ی } N: I_2+I_3=4 & (1)\\ \text{نقطه‌ی } M: I_2+1=I_1 & (2)\end{cases}$$

گام سوم: هنوز یک جای کار می‌لنگد؛ چرا که ما اندازه‌ی جریان I_3 و I_2 را لازم داریم. برای این کار از دو مسیر از نقطه‌ی N به P می‌رویم. (این کار برای آن است که در هر دو حالت V_N-V_P یکسان است!)

$$(۱): V_N - ۱۰I_۳ = V_P \quad \Rightarrow V_N - V_P = ۱۰I_۳$$
$$(۲): V_N - ۱۰I_۲ - ۲۰I_۱ = V_P \Rightarrow V_N - V_P = ۱۰I_۲ + ۲۰I_۱$$
$$\Rightarrow ۱۰I_۳ = ۱۰I_۲ + ۲۰I_۱ \Rightarrow I_۳ = I_۲ + ۲I_۱$$
$$\xrightarrow[I_۱ = I_۲ + ۱]{I_۳ = ۴ - I_۲} ۴ - I_۲ = I_۲ + ۲(I_۲ + ۱) = I_۲ + ۲I_۲ + ۲ \Rightarrow ۴I_۲ = ۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{۱}{۲}$$

پس:

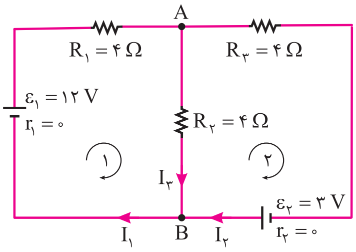
$$I_۳ = ۴ - I_۲ = ۴ - \frac{۱}{۲} = \frac{۷}{۲}$$

اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی P و N: $V_{PN} = RI_۳ = ۱۰ \times \frac{۷}{۲} = ۳۵\ V$

اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی M و N: $V_{MN} = RI_۲ = ۱۰ \times \frac{۱}{۲} = ۵\ V$

$$\Rightarrow \frac{V_{PN}}{V_{MN}} = \frac{۳۵}{۵} = ۷\ V$$

۵۴- گزینه‌ی ۱ **گام اول**: برای محاسبه‌ی $V_A - V_B$ باید مقدار جریان را بدانیم؛ برای این کار مجبوریم که ۲ بار قاعده‌ی حلقه و یک بار قاعده‌ی گره را بنویسیم تا به سه معادله و سه مجهول برسیم تا در نهایت جریان‌ها را به دست آوریم:



$$\begin{cases} (۱): \cancel{V_A} - ۴I_۳ + ۱۲ - ۴I_۱ = \cancel{V_A} \Rightarrow I_۱ + I_۳ = ۳ \\ (۲): \cancel{V_A} - ۴I_۳ + ۳ + ۴I_۲ = \cancel{V_A} \Rightarrow I_۲ - I_۳ = \frac{۳}{۴} \\ (۳): I_۱ = I_۲ + I_۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_۲ + ۲I_۳ = ۳ \\ I_۲ - I_۳ = \frac{۳}{۴} \end{cases} \Rightarrow ۳I_۳ = \frac{۹}{۴} \Rightarrow I_۳ = \frac{۳}{۴}\ A$$

گام دوم: حالا مقدار $I_۳$ را می‌دانیم و می‌توانیم $V_A - V_B$ را به دست آوریم:

$$V_A - ۴ \times \frac{۳}{۴} = V_B \Rightarrow V_A - V_B = ۳\ V$$

از روش معادل‌گیری شاخه‌ها زودتر به جواب می‌رسیم.

گام اول: چون در نهایت جریان شاخه‌ی (۳) را می‌خواهیم، این شاخه را نادیده می‌گیریم و نسبت نیروی محرکه به مقاومت شاخه‌ی (۱) و (۲) را حساب می‌کنیم:

شاخه‌ی (۱): $\frac{\varepsilon_۱}{R_۱} = \frac{۱۲}{۴} = ۳$

شاخه‌ی (۲): $\frac{\varepsilon_۲}{R_۳} = \frac{۳}{۴}$

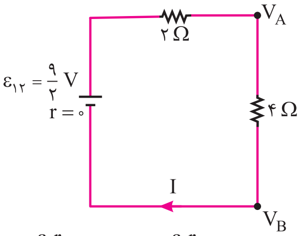
گام دوم: حالا مقاومت معادل این دو شاخه را حساب می‌کنیم:

$$R_{۱۳} = \frac{R_۱R_۳}{R_۱ + R_۳} = \frac{۴}{۲} = ۲\Omega$$

گام سوم: پایانه‌های ناهم‌نام مولدهای (۱) و (۲) به سمت یک گره قرار دارد؛ پس برای محاسبه‌ی $\sum\frac{\varepsilon}{R}$، باید $\frac{\varepsilon}{R}$ها را از هم کم کنیم:

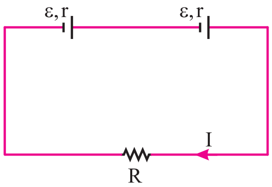
$$\varepsilon_{۱۲} = R_{۱۳} \times \sum\frac{\varepsilon}{R} = ۲ \times \overbrace{(۳ - \frac{۳}{۴})}^{\frac{۹}{۴}} \Rightarrow \varepsilon_{۱۲} = \frac{۹}{۲}\ V$$

گام آخر: محاسبه‌ی $V_A - V_B$:



$$I = \frac{\frac{۹}{۲}}{۴ + ۲} = \frac{۳}{۴}\ A$$
$$V_A - V_B = ۴ \times \frac{۳}{۴} = ۳\ A$$

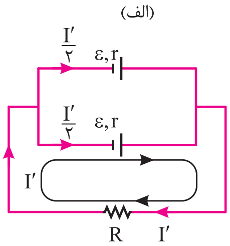
۵۵- گزینه‌ی ۴ **گام اول**: در حالت (الف) مولدها متوالی‌اند و داریم:



(الف)

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon}{R + r + r} = \frac{۲\varepsilon}{R + ۲r}$$

در حالت (ب) چون شاخه‌هایی که مولد در آن‌ها قرار دارد مشابه است، جریان هر کدام $\frac{I'}{۲}$ خواهد شد. بنابراین برای حلقه‌ی نشان داده شده در شکل، می‌توانیم بنویسیم:



(ب)

$$\varepsilon - r\frac{I'}{۲} - RI' = ۰ \Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{۲}}$$

گام دوم: حالا نسبت $\frac{I}{I'}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{I}{I'}=\frac{\frac{2\varepsilon}{R+2r}}{\frac{\varepsilon}{R+\frac{r}{2}}}=\frac{2R+r}{R+2r}=\frac{R+(R+r)}{r+(R+r)}\xrightarrow{R<r}\frac{I}{I'}<1$$

چون $R<r$ است، $R+(R+r)$ کوچک‌تر از $r+(R+r)$ می‌شود.

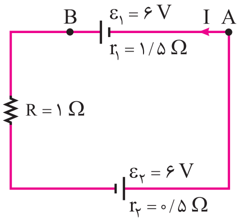
۵۶- گزینه۱ **گام اول:** می‌دانید که در مقاومت‌های موازی، جریان با مقاومت رابطه‌ی عکس دارد:

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{I_A}{I_B}=\frac{\frac{I}{3}}{\frac{2I}{3}}=\frac{1}{2}$$

گام دوم: از رابطه‌ی $R=\rho\frac{\ell}{A}$ نسبت مناسب را می‌نویسیم:

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{\ell_B}{\ell_A}\times\frac{A_A}{A_B}\Rightarrow\frac{A_A}{A_B}=\frac{R_B}{R_A}\times\frac{\ell_A}{\ell_B}\times\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{1}{2}\times1\times3=\frac{3}{2}$$

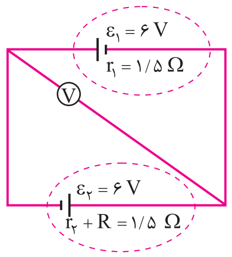
۵۷- گزینه۱ **گام اول:** ابتدا جریان حلقه را حساب می‌کنیم:



$$I=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{R+r_1+r_2}=\frac{6+6}{1/5+1+0/5}=4\,A$$

گام دوم: در شکل مقابل در جهت جریان از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B می‌رویم و اختلاف پتانسیل دو نقطه‌ی A و B را (که همان اختلاف پتانسیل دو سر مولد ε_1 است) حساب می‌کنیم:

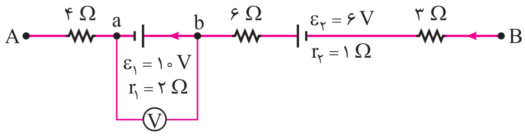
$$V_A-r_1I+\varepsilon_1=V_B\Rightarrow V_B-V_A=-4\times1/5+6=0$$



تکنیک به شکل روبه‌رو نگاه کنید. مجموعه‌ی (r_1,ε_1) و (R,r_2,ε_2) اختلاف پتانسیل یکسان ایجاد می‌کنند:

$$\underbrace{(\varepsilon_1-r_1I)}_{V}+\underbrace{[\varepsilon_2-(r_2+R)I]}_{V}=0\Rightarrow 2V=0\Rightarrow V=0$$

۵۸- گزینه۴ **گام اول:** از نقطه‌ی A به سمت B حرکت می‌کنیم (فرض می‌کنیم جریان از A به B باشد):



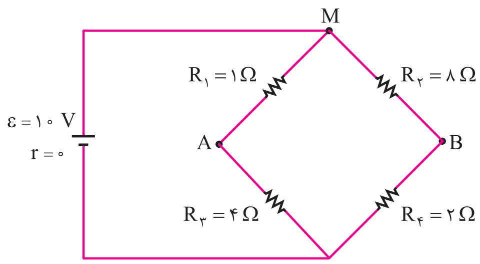
$$V_A-4I-2I+10-6I-I-6-3I=V_B$$

$$V_A-V_B=16I-4=-12\Rightarrow 16I=-8\Rightarrow I=-\frac{1}{2}\,A$$

گام دوم: I منفی به دست آمد؛ پس باید جریان از B به A باشد. با این حساب عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد، برابر است با:

$$V_a+\varepsilon_1+r_1I=V_b\Rightarrow|V_a-V_b|=\varepsilon_1+r_1I=10+2\times\frac{1}{2}=11\,A$$

۵۹- گزینه۴ **گام اول:** از این مدار جریان عبور می‌کند. پس ابتدا بدون در نظر گرفتن خازن (شکل روبه‌رو) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_1 و R_2 را حساب می‌کنیم. چون مقاومت درونی برابر صفر است، پس اختلاف پتانسیل دو سر شاخه‌های R_{13} و R_{24} برابر ε است: $V_{13}=V_{24}=\varepsilon=10\,V$

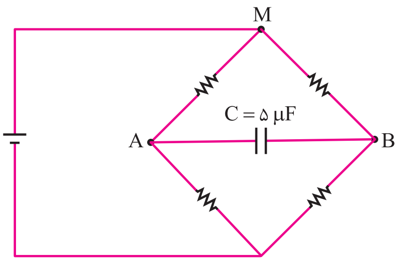


می‌دانید که در مقاومت‌های متوالی، ولتاژ به نسبت مستقیم بینشان تسهیم می‌شود:

$$\frac{V_1}{V_{13}}=\frac{R_1}{R_1+R_3}\Rightarrow\frac{V_1}{10}=\frac{1}{1+4}\Rightarrow V_1=2\,V\Rightarrow V_M-V_A=2\,V$$

$$\frac{V_2}{V_{24}}=\frac{R_2}{R_2+R_4}\Rightarrow\frac{V_2}{10}=\frac{8}{10}\Rightarrow V_2=8\,V\Rightarrow V_M-V_B=8\,V$$

گام دوم: حالا اختلاف پتانسیل دو نقطه‌ی A و B یا همان ولتاژ دو سر خازن را به دست می‌آوریم:



$$\underbrace{(V_M-V_B)}_{8\,V}-\underbrace{(V_M-V_A)}_{2\,V}=V_A-V_B$$

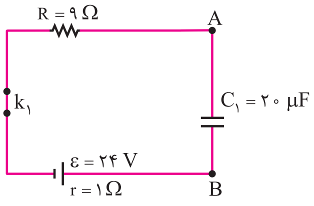
$$\Rightarrow V_A-V_B=8-2=6\,V\Rightarrow V_C=6\,V$$

گام سوم: ولتاژ دو سر خازن و ظرفیت خازن را داریم و انرژی ذخیره‌شده در آن را می‌خواهیم:

$$U=\frac{1}{2}CV_C^2=\frac{1}{2}\times5\times(6)^2=90\,\mu J$$

۶۰- گزینه۳ **گام اول**: وقتی کلید k_2 باز است، مدار مطابق شکل (الف) است. در این حالت جریانی از مدار نمی‌گذرد و اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر نیروی محرکه‌ی مولد است:

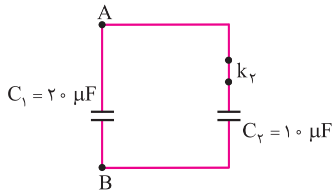
$$V_1=\varepsilon=24\,V$$



شکل (الف)

گام دوم: وقتی کلید k_1 را باز می‌کنیم و کلید k_2 را می‌بندیم، دو سر خازن پُرشده‌ی C_1 را به دو سر خازن خالی C_2 وصل کرده‌ایم (شکل ب). پس برای اختلاف پتانسیل جدید دو سر خازن‌ها داریم:

$$V'=\frac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2}=\frac{20\times24+0}{20+10}=16\,V$$



شکل (ب)

۶۱- گزینه۳ اول این‌که چون نیروی بین دو سیم دافعه است، باید جریان الکتریکی دو سیم در خلاف جهت هم باشند. دوم این‌که همه‌ی اطلاعات لازم برای محاسبه‌ی نیروی بین دو سیم را هم داریم:

$$F_{12}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}l=\overset{2}{\cancel{4\pi}}\times\overset{10^{-5}}{\cancel{10^{-7}}}\times\frac{10\times5\times1}{\cancel{2\pi}\times20\times\cancel{10^{-2}}}=5\times10^{-5}\,N$$

۶۲- گزینه۳ **گام اول**: باید ببینیم سرعت این پروتون چه‌قدر است (بار الکتریکی پروتون برابر بار الکتریکی الکترون است.):

$$F=qvB\sin\alpha \Rightarrow 1/28\times10^{-16}=1/6\times10^{-19}\times v_P\times20\times10^{-3}\times\underbrace{\sin90^\circ}_{1} \Rightarrow v_P=\frac{\overset{4}{\cancel{1/28}}\times\overset{10^{4}}{\cancel{10^{-16}}}}{\underset{1}{\cancel{1/6}}\times\underset{1}{\cancel{10^{-19}}}\times\underset{1}{\cancel{20}}\times\underset{1}{\cancel{10^{-3}}}}=4\times10^{4}\,m/s$$

گام دوم: حالا به سراغ رابطه‌ی انرژی جنبشی می‌رویم:

$$K_P=\frac{1}{2}m_Pv_P^2=\frac{1}{2}\times1/7\times10^{-27}\times(4\times10^{4})^2=\frac{1}{2}\times1/7\times10^{-27}\times16\times10^{8} \Rightarrow K_P=8\times1/7\times10^{-19}\,J$$

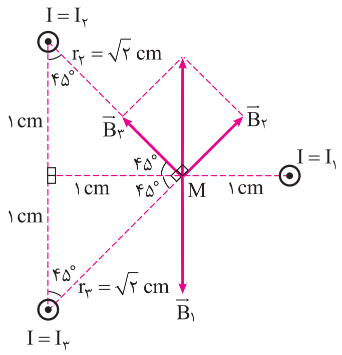
گام سوم: انرژی جنبشی را برحسب الکترون‌ولت می‌خواهیم:

$$K_P=\frac{\overset{5}{\cancel{8}}\times1/7\times\cancel{10^{-19}}}{\underset{1}{\cancel{1/6}}\times\cancel{10^{-19}}}=8/5\,eV$$

۶۳- گزینه۱ **گام اول**: ابتدا باید دید که بردار میدان مغناطیسی ناشی از هر سیم در نقطه‌ی M چگونه است: (چون B_2 و B_3 تقارن داشتند، $\vec{B}_3$ دقیقاً روی راستای خط واصل نقطه‌ی M به I_2 قرار گرفت.)

گام دوم: همان‌طور که می دانید، در اطراف هر سیم، میدان به صورت حلقه‌هایی است که در هر نقطه مماس بر مسیر دایره اطراف سیم است؛ پس اگر از هر سیم یک خط‌چین به نقطه‌ی M وصل کنیم، بردار میدان مغناطیسی عمود بر آن است. (اگر شک دارید، یک بار دیگر تعریف خط مماس بر دایره را از هندسه بخوانید!)

حالا به سراغ محاسبه‌ی میدان مغناطیسی هر سیم می‌رویم:



$$(1)\quad B_1=\mu_0\frac{I}{2\pi r_1}\xrightarrow{r_1=1\,cm}B_1=\overset{2}{\cancel{4\pi}}\times\overset{10^{-5}}{\cancel{10^{-7}}}\times\frac{2}{\underset{1}{\cancel{2\pi}}\times\underset{1}{\cancel{10^{-2}}}}=4\times10^{-5}\,T$$

$$(2)\quad B_2=B_3=\frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}\xrightarrow{r_2=\sqrt{2}\,cm}B_2=\overset{2}{\cancel{4\pi}}\times\overset{10^{-5}}{\cancel{10^{-7}}}\times\frac{2}{\underset{1}{\cancel{2\pi}}\times\sqrt{2}\times\underset{1}{\cancel{10^{-2}}}}=2\sqrt{2}\times10^{-5}\,T$$

گام سوم: زاویه‌ی بین دو بردار $\vec{B}_2$ و $\vec{B}_3$، 90° است؛ پس برایند آن‌ها برابر است با:

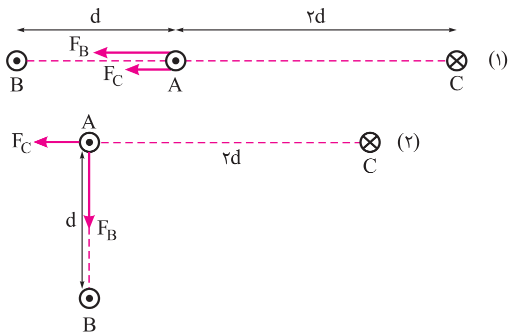
$$B_{23}=\sqrt{2}B_2=\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times10^{-5}\,T=4\times10^{-5}\,T$$

همان‌طور که می‌بینید $\vec{B}_{23}$ در خلاف جهت $\vec{B}_1$ است؛ بنابراین:

$$\vec{B}_T=\vec{B}_{23}+\vec{B}_1=0$$

پس برایند میدان مغناطیسی در نقطه‌ی M صفر خواهد بود.

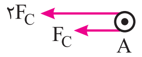
۶۴- **گزینه۲** **گام اول**: قبل از هر چیز باید بدانیم که سیم‌های حامل جریان‌های همسو یکدیگر را می‌ربایند و سیم‌های حامل جریان‌های غیرهمسو یکدیگر را می‌رانند. بر این اساس بردارهای نیروی وارد بر سیم A را در هر دو شکل رسم می‌کنیم.



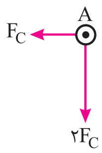
گام دوم: فاصله‌ی سیم B تا سیم A نصف فاصله‌ی سیم C تا سیم A است؛ پس نیرویی که سیم B بر هر متر از سیم A وارد می‌کند، ۲ برابر نیرویی است که سیم C بر هر متر از سیم A اثر می‌دهد؛ زیرا:

$$\frac{F_B}{F_C}=\frac{\frac{\mu_0 I_A I_B}{2\pi d_B}}{\frac{\mu_0 I_A I_C}{2\pi d_C}}=\frac{\cancel{I_B}}{\cancel{I_C}}\times\frac{d_C}{d_B}=2 \Rightarrow F_B=2F_C$$

گام سوم: حالا وقت محاسبه‌ی برایند نیروهای وارد بر هر متر از سیم A است:



$$\text{شکل (۱)}: \sum F_1=F_C+2F_C=3F_C$$



$$\text{شکل (۲)}: \sum F_2=\sqrt{F_C^2+(2F_C)^2}=F_C\sqrt{5}$$

گام چهارم: نسبت $\frac{\sum F_2}{\sum F_1}$ را می‌خواهد:

$$\frac{\sum F_2}{\sum F_1}=\frac{F_C\sqrt{5}}{3F_C}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

(در این تست، طراح فراموش کرده که بگوید نیروی مغناطیسی وارد بر هر متر از سیم A را می‌خواهد!)

۶۵- **گزینه۲** **گام اول**: در این‌جا نیروی مغناطیسی، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند؛ یعنی:

$$F_B=F_r \Rightarrow F_B=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow 3.2\times10^{-16}=\frac{mv^2}{2\times10^{-3}} \Rightarrow mv^2=6.4\times10^{-19}$$

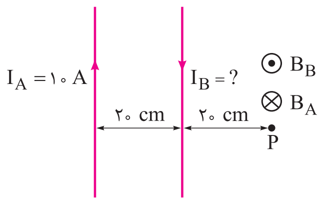
$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times6.4\times10^{-19}=3.2\times10^{-19}\,J$$

گام دوم: تبدیل ژول به الکترون‌ولت آخرین کاری است که باید انجام بدهیم:

$$1\,eV=1.6\times10^{-19}\,J$$

$$K=3.2\times10^{-19}\,\cancel{J}\times\frac{1\,eV}{1.6\times10^{-19}\,\cancel{J}}=2\,eV$$

۶۶- **گزینه۳** **گام اول**: ابتدا میدان مغناطیسی حاصل از I_A را در نقطه‌ی P حساب می‌کنیم:



$$B_A=\mu_0\frac{I_A}{2\pi r_A}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times10}{2\pi\times40\times10^{-2}}=5\times10^{-6}\,T$$

گام دوم: حالا دو حالت ممکن است رخ دهد؛ **اول این‌که** برایند میدان‌ها درون‌سو باشد که با توجه به شکل $B_A>B_B$ است:

$$B_t=B_A-B_B \Rightarrow 3\times10^{-6}=5\times10^{-6}-B_B \Rightarrow B_B=2\times10^{-6}\,T$$

$$B_B=\frac{\mu_0 I_B}{2\pi r_B} \Rightarrow 2\times10^{-6}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times I_B}{2\pi\times20\times10^{-2}} \Rightarrow I_B=2\,A$$

دوم این‌که برایند میدان‌ها برون‌سو باشد. در این صورت $B_B>B_A$ است و داریم:

$$B_t=B'_B-B_A \Rightarrow 3\times10^{-6}=B'_B-5\times10^{-6} \Rightarrow B'_B=8\times10^{-6}\,T$$

$$B'_B=\frac{\mu_0 I'_B}{2\pi r_B} \Rightarrow 8\times10^{-6}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times I'_B}{2\pi\times20\times10^{-2}} \Rightarrow I'_B=8\,A$$

نکتیک B_B در حالت دوم ۴ برابر حالت اول است. چون $I\propto B$ است، I_B هم در حالت دوم ۴ برابر حالت اول است؛ یعنی:

$$I'_B=4I_B=4\times2=8\,A$$

۶۷- **گزینه۱** در این تست، کارمان فقط ضرب و تقسیم است! (چون سیملوله هسته ندارد، $K=1$ است.)

$$L=K\mu_0\frac{N^2A}{l}=1\times12.5\times10^{-7}\times\frac{\overbrace{(2000)^2}^{4\times10^6}\times10\times10^{-4}}{50\times10^{-2}}=1\times10^{-2}=0.01\,H$$

مقدار جریان الکتریکی هم اضافه بود!

۶۸- **گزینه۴** نیروی محرکه‌ی خودالقایی از رابطه‌ی $\varepsilon_L = -L\frac{dI}{dt}$ به دست می‌آید. با توجه به این رابطه، تنها گزینه‌ی (۴) می‌تواند درست باشد:

$$|\varepsilon_L| = L\left|\frac{dI}{dt}\right| = ۲\times ۳ = ۶\ V$$

در مورد گزینه‌های (۱) و (۳) باید گفت با توجه به این‌که جریان ثابت $۰/۴\ A$ از سیملوله می‌گذرد، پس مقاومت ندارد و در نتیجه اختلاف ولتاژ دو سر سیملوله صفر است و اگر مقاومتی به صورت موازی به آن ببندیم، جریانی از مقاومت عبور نخواهد کرد. پس در کل، مقاومت تأثیری بر عملکرد سیملوله ندارد و این دو گزینه نادرست هستند.

۶۹- **گزینه۴** **اول این‌که** توان از رابطه‌ی $P = \frac{\varepsilon^۲}{R}$ محاسبه می‌شود و هرگز مقدارش منفی نمی‌شود؛ یعنی گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند.

دوم این‌که در گزینه‌های (۲) و (۴) توان در بازه‌ی صفر تا $۰/۰۲\,s$ یکسان است؛ پس می‌رویم به سراغ محاسبه‌ی توان در بازه‌ی $۰/۰۲\,s$ تا $۰/۰۵\,s$.

با توجه به نمودار $B-t$ برای بازه‌ی $۰/۰۲\,s$ تا $۰/۰۵\,s$ داریم:

$$\varepsilon = -NA\frac{\Delta B}{\Delta t} = -۱\times(\cancelto{۳}{\pi}\times ۱۰^۲\times ۱۰^{-۴})\times\frac{۰-۰/۵}{۰/۰۵-۰/۰۲}$$

$$\varepsilon = ۰/۵\ V$$

$$P = \frac{\varepsilon^۲}{R} = \frac{(۰/۵)^۲}{۵} = ۰/۰۵\ W$$

پس گزینه‌ی (۴) درست است.

۷۰- **گزینه۳** انرژی ذخیره‌شده در حلقه را از رابطه‌ی $U = \frac{۱}{۲}LI^۲$ حساب می‌کنیم. ضریب خودالقایی (L) را هم از رابطه‌ی $L = \frac{\mu_۰ N^۲ A}{\ell}$ به دست می‌آوریم. پس داریم:

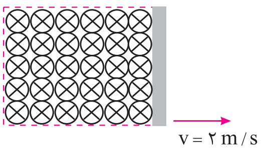
$$U = \frac{۱}{۲}\times\frac{\mu_۰ N^۲ A}{\ell}\times I^۲ = \frac{۱}{۲}\times\frac{۱۲/۵\times ۱۰^{-۷}\times(۲۰۰۰)^۲\times(۱۰\times ۱۰^{-۴})}{۲۵\times ۱۰^{-۲}}\times ۴ \Rightarrow U = ۴۰\times ۱۰^{-۳}\,J = ۴۰\,mJ$$

۷۱- **گزینه۴** **اول این‌که** با حرکت لغزنده به سمت چپ، مقاومت رئوستا زیاد می‌شود؛ پس طبق قانون اُهم $(R = \frac{V}{I})$ با افزایش R، I **کاهش** می‌یابد.

دوم این‌که چون جریان I در حال کاهش است، طبق قانون لنز در حلقه‌ی رسانا یک جریان همسو با I ایجاد می‌شود تا با اثر کاهشی آن مخالفت کند. پس جریان القایی در حلقه‌ی رسانا پادساعتگرد است.

۷۲- **گزینه۲** **گام اول**: نیرو محرکه‌ی القاشده برابر آهنگ تغییرات شار نسبت به زمان است؛ در این تست، چیزی که تغییر می‌کند، مساحتی است که میله جاروب می‌کند؛ یعنی:

$$\varepsilon = \ell vB = ۳۰\times ۱۰^{-۲}\times ۲\times ۵\times ۱۰^{-۲}\times ۱۰^۳ = ۳۰\,mV$$



۷۳- **گزینه۴** با تست خاصی روبه‌رو هستیم!

گام اول: میدان ثابت و مساحت در حال کاهش است، پس داریم:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} \xrightarrow{d\varphi = BdA} \varepsilon = -B\frac{dA}{dt} \xrightarrow{dA = \pi d(r^۲)} \varepsilon = -\pi B\frac{d(r^۲)}{dt}$$

گام دوم: شعاع حلقه با آهنگ ثابت $۵\ m/s$ کاهش می‌یابد، یعنی $\frac{dr}{dt} = -۵\ m/s$ است. جای حساس پاسخ تست این‌جاست. باید بتوانیم برای $\frac{d(r^۲)}{dt}$ معادلی پیدا کنیم. این‌طوری:

$$\varepsilon = -\pi B\frac{d(r^۲)}{dt} \xrightarrow{\frac{d(r^۲)}{dt}\ \text{را به‌صورت}\ \frac{d(r^۲)}{dr}\times\frac{dr}{dt}\ \text{می‌نویسیم.}} \varepsilon = -\pi B\frac{d(r^۲)}{dr}\times\frac{dr}{dt}$$

$$\xrightarrow[\frac{dr}{dt} = -۵]{\frac{d(r^۲)}{dr} = ۲r} \varepsilon = -\pi B(۲r)(-۵) = -۳/۱۴\times ۵\times ۱۰^{-۳}\times ۲\times ۰/۴\times(-۵) = ۶۲/۸\times ۱۰^{-۳}\ V = ۶۲/۸\ mV$$