

# آزمون سراسری داخل ۹۵

۱- در یک کلاس ۴۰ نفری، ۱۸ نفر در فوق برنامه هنری و ۲۱ نفر در فوق برنامه علمی شرکت کرده‌اند. اگر ۹ نفر آن‌ها در این دو برنامه شرکت نکرده باشند، چند نفر آنان در هر دو برنامه شرکت کرده‌اند؟

- ۵ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۸ (۴)

۲- حاصل  $(\frac{1}{25})^{-3} \times (0/8)^4 \times (0/2)$  کدام است؟

- $\frac{2}{5}$  (۱)      ۲ (۲)      ۲/۵ (۳)      ۵ (۴)

۳- اگر  $A = \frac{2}{3}\sqrt{18} + 2\sqrt{27} - \sqrt{108} + 0/3\sqrt{200}$  باشد،  $A^2$  برابر کدام است؟

- ۳۲ (۱)      ۴۵ (۲)      ۴۸ (۳)      ۵۰ (۴)

۴- اگر  $(\Delta x - \frac{3}{2x}) = 4$  باشد، حاصل  $(25x^2 + \frac{9}{4x^2})$  کدام است؟

- ۲۴ (۱)      ۲۹ (۲)      ۳۱ (۳)      ۳۲ (۴)

۵- حاصل عبارت  $\frac{3x(2x^2-1)}{2x+2} - \frac{x-2}{2x+2} + 2x$  با شرط  $x \neq -1$ ، برابر کدام سه‌جمله‌ای است؟

- $3x^2 - x + 1$  (۱)       $3x^2 + x - 1$  (۲)       $3x^2 - 2x + 1$  (۳)       $3x^2 + 2x - 1$  (۴)

۶- مقادیر ۱۲۰ داده‌ی آماری، در بازه‌ی [۲۳, ۵۹] می‌باشند. این داده‌ها در ۹ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر مجموع فراوانی‌های دو دسته‌ی آخر ۱۵ باشد، چند درصد داده‌ها کم‌تر از ۵۱ هستند؟

- ۸۲/۵ (۱)      ۸۷/۵ (۲)      ۹۰ (۳)      ۹۲/۵ (۴)

۷- نمودار دایره‌ای برای کدام متغیر مناسب است و اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی هر قسمت متناسب با کدام است؟

- (۱) کیفی - فراوانی نسبی      (۲) کیفی - فراوانی تجمعی  
(۳) گسسته - فراوانی مطلق      (۴) گسسته - فراوانی تجمعی

۸- در نمودار ساقه و برگ داده‌های آماری زیر، واریانس داده‌های بین چارک اول و چارک سوم کدام است؟

ساقه	برگ					
	۳	۲	۳	۴	۴	۶
۴	۰	۱	۳	۵	۵	۷
۵	۱	۲	۴	۷	۸	

۱۷/۲۴ (۱)  
۱۷/۸۲ (۲)  
۱۸/۰۲ (۳)  
۱۸/۴۴ (۴)

۹- اگر  $f(x) = |2x-5|$  باشد، مقدار  $f(2+\sqrt{2}) + f(1+\sqrt{2})$  کدام است؟

- ۲ (۱)       $4\sqrt{2} - 4$  (۲)      ۳ (۳)       $2\sqrt{2} + 2$  (۴)

۱۰- عرض از مبدأ خط گذرا بر نقطه‌ی  $(5, -1)$  و عمود بر خط  $y = 2x + 1$  کدام است؟

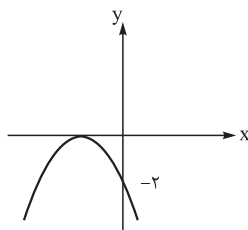
- ۱ (۱)      ۱/۵ (۲)      ۲ (۳)      ۲/۵ (۴)

۱۱- ریشه‌های معادله‌ی  $0 = 2x + \frac{x^2 - 4x}{x - 2} - \frac{x - 6}{x - 2}$  چگونه‌اند؟

- (۱) یک جواب مورد قبول      (۲) دو جواب مساوی  
(۳) دو جواب قرینه      (۴) دو جواب وارون هم

۱۲- شکل روبه‌رو نمودار کدام تابع است؟

- $y = -2x^2 + 4x - 2$  (۱)  
 $y = -2x^2 - 4x - 2$  (۲)  
 $y = -x^2 - 2x - 2$  (۳)  
 $y = 2x^2 + 4x - 2$  (۴)



۱۳- شش رقم ۸، ۴، ۷، ۳ و ۲ را از مقوا بریده و هر سه رقم انتخابی از آن‌ها را در کنار هم جابه‌جا می‌کنیم. چند عدد سه‌رقمی متمایز حاصل می‌شود؟

- ۶۰ (۱)      ۶۳ (۲)      ۷۲ (۳)      ۷۵ (۴)

۱۴- کارفرمایی به یک کارگر مبتدی، در هفته‌ی اول ۷۵۰ واحد پول دستمزد می‌دهد. متعهد می‌شود که در صورت رضایت کاری در پایان هر هفته، ۲۵ واحد پول بر دستمزد وی اضافه کند تا به دستمزد ثابت ۲۰۰۰ واحد پول برسد. با رضایت کاری پس از چند هفته، به دستمزد ثابت می‌رسد؟

- ۴۸ (۱)      ۴۹ (۲)      ۵۰ (۳)      ۵۱ (۴)

۱۵- در دنباله‌ی مثلثی، مجموع جملات هفتم و هشتم برابر کدام است؟

- ۴۹ (۱)      ۵۶ (۲)      ۶۴ (۳)      ۸۱ (۴)

۱۶- اگر  $\log x = 2/72$  و  $y = 10^{1/3}$  و  $\log z = 0/52$  باشند، حاصل  $\log \frac{y\sqrt{x}}{z^3}$  کدام است؟

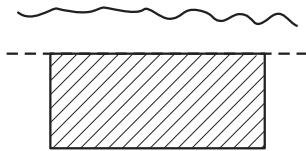
- ۰/۷۸ (۱)      ۰/۸۳ (۲)      ۰/۹۴ (۳)      ۱/۰۲ (۴)

۱۷- در شدت صدا سطح دسی‌بل صدا از رابطه‌ی  $D = 10 \log \frac{I}{I_0}$  به دست می‌آید که در آن  $I_0 = 10^{-12}$  است. تعداد واحد دسی‌بل از صدایی با

شدت  $3/6 \times 10^{-9}$  کدام است؟ ( $\log 36 = 1/56$ )

- ۱۷/۸ (۱)      ۲۵/۶ (۲)      ۳۵/۶ (۳)      ۵۲/۴ (۴)

۱۸- با سیمی به طول ۶۰۰ متر می‌خواهیم قطعه زمینی به شکل مستطیل را که یک طرف آن رودخانه است، محصور کنیم. ماکزیمم مساحت این زمین کدام است؟



- ۴۲۰۰۰ (۱)  
۴۵۰۰۰ (۲)  
۴۶۰۰۰ (۳)  
۴۸۰۰۰ (۴)

۱۹- از بین ۲۰ کارت یکسان که اعداد ۱ تا ۲۰ بر روی آن‌ها نوشته شده است، دو کارت با شماره‌های زوج را کنار می‌کشیم. از بین بقیه به تصادف یک کارت بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال عدد این کارت زوج است؟

- $\frac{4}{9}$  (۱)       $\frac{1}{2}$  (۲)       $\frac{5}{9}$  (۳)       $\frac{7}{18}$  (۴)

۲۰- در پرتاب سه سکه با هم، احتمال ظاهر شدن لااقل یک «رو» کدام است؟

- $\frac{3}{8}$  (۱)       $\frac{5}{8}$  (۲)       $\frac{6}{8}$  (۳)       $\frac{7}{8}$  (۴)

## پاسخ نامی تشریحی

$$\Rightarrow A = \frac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}) + 2(3\sqrt{2}) - 6\sqrt{2} + \frac{2}{10}(\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow A = 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

حالا حاصل  $A^2$  را حساب می کنیم:

$$A^2 = (5\sqrt{2})^2 = 5^2 \times (\sqrt{2})^2 = 25 \times 2 = 50$$

۴- **گزینه ۳** (مشابه مثال چهارم صفحه ۳۸۳)

می خواهیم با داشتن  $4 = \frac{3}{2X} - 5X$ ، حاصل  $\frac{9}{4X^2} + 25X^2$  را حساب کنیم.

اگر کمی تیز باشیم، می فهمیم که عبارت خواسته شده، توان دوم عبارت داده شده است، پس کافی است طرفین عبارت داده شده را به توان ۲ برسانیم:

$$5X - \frac{3}{2X} = 4 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} \left(5X - \frac{3}{2X}\right)^2 = 4^2$$

اتحاد مربع

$$\Rightarrow (5X)^2 + \left(\frac{3}{2X}\right)^2 - 2 \times (5X) \times \left(\frac{3}{2X}\right) = 16 \Rightarrow 25X^2 + \frac{9}{4X^2} - 15 = 16$$

$$\Rightarrow 25X^2 + \frac{9}{4X^2} = 16 + 15 \Rightarrow 25X^2 + \frac{9}{4X^2} = 31$$

۵- **گزینه ۱** (مدرسه هر سال سوال میارند)

مخرج دو کسر اول با هم برابر است، پس صورت کسر اول را منهای صورت کسر دوم می کنیم:

$$\frac{3X(2X^2-1)}{2X+2} - \frac{X-2}{2X+2} + 2X = \frac{6X^3-3X}{2X+2} - \frac{X-2}{2X+2} + 2X$$

$$\xrightarrow{\text{دو کسر اول هم مخرج اند}} \frac{6X^3-3X-X+2}{2X+2} + 2X = \frac{6X^3-4X+2}{2X+2} + 2X$$

برای محاسبه عبارت که دور آن خط چین کشیده ایم، باید یک تقسیم انجام دهیم؛ خارج قسمت این تقسیم برابر با کسرمان است:

$$\begin{array}{r} 6X^3 - 4X + 2 \quad | \quad 2X + 2 \\ - 6X^3 - 6X^2 \quad | \quad 3X^2 - 3X + 1 \\ \hline - 6X^2 - 4X + 2 \\ - 6X^2 + 6X \quad | \quad 2X + 2 \\ \hline 2X + 2 \\ - 2X - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

پس جای عبارتی که دورش خط چین کشیدیم،  $3X^2 - 3X + 1$  را قرار می دهیم:

$$\frac{6X^3-4X+2}{2X+2} + 2X = 3X^2 - 3X + 1 + 2X = 3X^2 - X + 1$$

۶- **گزینه ۲** بیشترین داده  $\max = 59$  و کمترین داده  $\min = 23$  است، پس دامنه تغییرات را به دست می آوریم:

$$R = \max - \min = 59 - 23 = 36$$

حالا طول دسته ها را حساب می کنیم:

$$\text{دامنه تغییرات} = \text{طول دسته} \Rightarrow c = \frac{R}{k} = \frac{36}{9} = 4$$

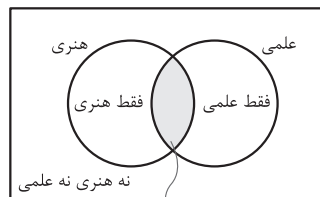
با توجه به این که طول دسته ها ۴ است و کمترین داده ۲۳ است، دسته ها را در یک نمودار می نویسیم. ضمناً مجموع فراوانی دو دسته آخر هم ۱۵ است.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	⑧	⑨
۲۳	۲۷	۳۱	۳۵	۳۹	۴۳	۴۷	۵۱	۵۵
							مجموع فراوانی = ۱۵	

۱- **گزینه ۱** (مشابه تست ۵۵ صفحه ۳۳۷)

نمودار ون را می کشیم و ۴ قسمتش می کنیم!

کلاس (۴۰)



هم علمی هم هنری

ما همیشه از قسمت رنگی شروع

می کنیم ولی چون الان مجهول

است، آن را  $X$  می گیریم، یعنی

فرض می کنیم  $X$  نفر هم در فوق

برنامه علمی شرکت می کنند

هم در فوق برنامه هنری، چون

کل افرادی که در فوق برنامه

هنری شرکت می کنند ۱۸ نفرند،

پس تعداد افرادی که فقط در فوق برنامه هنری شرکت می کنند  $18 - X$

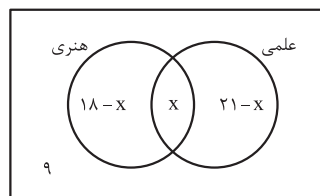
نفر است. از طرفی تعداد کل افرادی که در فوق برنامه علمی شرکت

می کنند ۲۱ نفر است، پس تعداد افرادی که فقط در فوق برنامه علمی شرکت

می کنند  $X - 9$  نفر است. ۹ نفر هم که در هیچ کدام شرکت نمی کنند.

این اطلاعات را روی نمودار ون وارد می کنیم.

کلاس (۴۰)



باید مجموع ۴ قسمت روی هم ۴۰ شود، پس:

$$9 + (18 - X) + X + (21 - X) = 40 \Rightarrow 9 + 18 - X + X + 21 - X = 40$$

$$\Rightarrow 48 - X = 40 \Rightarrow X = 8$$

$X$  تعداد افرادی بود که هم در فوق برنامه هنری بودند و هم علمی، پس

تعداد این افراد ۸ است.

۲- **گزینه ۱** (مشابه تست ۱۹ صفحه ۳۵۱)

۳-  $\left(\frac{1}{25}\right)^3$  برابر است با  $\left(\frac{25}{1}\right)^3$ . عبارت داخل پرانتز را کمی ساده تر می کنیم:

$$\frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}, \text{ پس } \left(\frac{25}{9}\right)^3 \text{ برابر با } \left(\frac{5^2}{3^2}\right)^3 \text{ یعنی } \frac{5^6}{3^6} \text{ است. } 0/8 \text{ را به صورت}$$

$$\text{کسری می نویسیم: } \frac{2^2}{5} = \frac{4}{5} = \frac{1}{1.25} = \frac{1}{5/4} = \frac{4}{5} \text{ پس } (0/8)^4 \text{ برابر است با } \left(\frac{2^2}{5}\right)^4$$

$$\text{یعنی } \frac{2^8}{5^4} = \frac{256}{625} \text{ را هم به صورت کسری می نویسیم: } 0/2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

حالا هر سه عبارت را که ساده کردیم در هم ضرب می کنیم:

$$\left(\frac{1}{25}\right)^3 \times (0/8)^4 \times (0/2) = \frac{5^6}{3^6} \times \frac{2^8}{5^4} \times \frac{1}{5} = \frac{5^6 \times 2^8}{3^6 \times 5^9} = \frac{5^6 \times 2^8}{3^6 \times 5^5}$$

$$= \frac{5^6}{5^5} \times \frac{2^8}{3^6} = 5 \times \frac{2^8}{3^6} = \frac{5 \times 256}{729} = \frac{1280}{729}$$

(مشابه تست های ۵۴ و ۵۵ صفحه ۳۶۱)

۳- **گزینه ۱**

اعداد داخل هر رادیکال را به صورت ضرب دو عدد که یکی از آن ها جذر

دقیق دارد، می نویسیم:

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = 6\sqrt{3}$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = 10\sqrt{2}$$

حالا اعداد بالا را در عبارت داده شده مسئله جای گذاری می کنیم:

$$A = \frac{2}{3}\sqrt{18} + 2\sqrt{27} - \sqrt{108} + 0/3\sqrt{200}$$

می‌خواهیم معادله‌ی خطی را بنویسیم که شیب آن  $m = -\frac{1}{4}$  بوده و از نقطه‌ی  $A(5, -1)$  بگذرد:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{m = -\frac{1}{4}} y + 1 = -\frac{1}{4}(x - 5)$$

$$\Rightarrow y + 1 = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} - 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

عرض از مبدأ

عرض از مبدأ این خط  $\frac{1}{4}$  یا همان  $1/5$  است.

**۱۱- گزینه‌ی ۱** (مشابه تست ۱۱۷ صفحه ۱۷۸)

برای حل این معادله، اول باید از شر مخرج‌ها خلاص شویم. کافی است

$$2x + \frac{x^2 - 4x}{x - 2} - \frac{x - 6}{x - 2} = 0$$

$$\xrightarrow{\times(x-2)} 2x(x-2) + \frac{x^2 - 4x}{x-2} \cdot (x-2) - \frac{x-6}{x-2} \cdot (x-2) = 0 \cdot (x-2)$$

$$\Rightarrow 2x(x-2) + (x^2 - 4x) - (x-6) = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x + x^2 - 4x - x + 6 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 9x + 6 = 0$$

$$\xrightarrow{+3} x^2 - 3x + 2 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه با اتحاد جمله مشترک}} (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 & \checkmark \\ x=2 & \times \end{cases}$$

چون  $x=2$  مخرج کسر را صفر می‌کند، پس قابل قبول نیست و تنها جواب معادله،  $x=1$  است.

**۱۲- گزینه‌ی ۲** (مشابه تست ۱۰۵ صفحه ۱۷۵)

چون دهانه‌ی سهمی رو به پایین است، پس ضریب  $x^2$  باید منفی باشد، در نتیجه گزینه‌ی ۲ رد می‌شود.

مقدار  $c$  در تمام گزینه‌ها  $(-2)$  است، پس هیچ کمکی به ما نمی‌کند. طول رأس سهمی طبق شکل، عدد منفی است. طول رأس سه گزینه‌ی باقی‌مانده را حساب می‌کنیم، هر کدام مثبت شده رد می‌شود.

۱  $y = -2x^2 + 4x - 2$   $x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-2)} = \frac{-4}{-4} = 1$   $\times$

۲  $y = -2x^2 - 4x - 2$   $x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2(-2)} = \frac{4}{-4} = -1$   $\checkmark$

۳  $y = -x^2 - 2x - 2$   $x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2(-1)} = \frac{2}{-2} = -1$   $\checkmark$

پس گزینه‌ی ۱ نمی‌تواند جواب باشد.

تا الان گزینه‌های ۱ و ۲ حذف شده‌اند.

در نمودار واضح است که تابع تنها یک ریشه دارد (چون یک بار محور  $x$  ها را قطع کرده است) پس باید گزینه‌ی درست باشد که  $\Delta$  ی آن صفر شود.

گزینه‌ی ۲  $y = -2x^2 - 4x - 2 \rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4(-2)(-2) = 16 - 16 = 0$   $\checkmark$

گزینه‌ی ۳  $y = -x^2 - 2x - 2 \rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4(-1)(-2) = 4 - 8 = -4 < 0$   $\times$

بنابراین گزینه‌ی ۲ صحیح می‌باشد.

**۱۳- گزینه‌ی ۲** (مشابه تست ۴۳ صفحه ۲۰۵)

در واقع می‌خواهیم با ارقام ۲، ۳، ۴، ۷، ۸، یک عدد ۳ رقمی بسازیم. این کار به دو حالت ممکن است:

۱ هیچ رقم تکراری نداشته باشیم که در این صورت با ارقام

$$\frac{5}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{60}{720} = \frac{1}{12}$$

یک عدد سه‌رقمی می‌سازیم: ۲، ۳، ۴، ۷، ۸

پس ۱۵ تا از داده‌ها از ۵۱ بزرگ‌تر یا مساوی‌اند و در نتیجه  $105 = 15 \times 7$  پس ۱۵ تا از آن‌ها از ۵۱ کوچک‌ترند، پس درصد آن‌ها را با یک تناسب به دست می‌آوریم:

$$\frac{105}{120} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{105 \times 100}{120} = \frac{10500}{120} = \frac{875}{10} = 87.5$$

پس ۸۷/۵ درصد داده‌ها کم‌تر از ۵۱ هستند.

**۷- گزینه‌ی ۱** (پهول صفحه ۲۵۸)

نمودار دایره‌ای برای متغیرهای کیفی مناسب است و زاویه‌ی هر دسته با فراوانی مطلق یا فراوانی نسبی آن دسته متناسب است.

**۸- گزینه‌ی ۴** (مشابه تست ۱۲ صفحه ۲۹۳)

۱۷ داده را از نمودار ساقه و برگ استخراج می‌کنیم:

نیمه‌ی اول	میان	نیمه‌ی دوم
۳۲, ۳۳, ۳۴, ۳۴, ۳۶, ۳۹, ۴۰, ۴۱	۴۲	۴۵, ۴۵, ۴۷, ۵۱, ۵۲, ۵۴, ۵۷, ۵۸
دو داده‌ی وسط	داده‌ی نهم	دو داده‌ی وسط

داده‌ی شماره‌ی نهم  $(\frac{17+1}{2} = 9)$  برابر با میان‌ده است. نیمه‌ی اول و نیمه‌ی دوم داده‌ها به ترتیب دارای ۸ (عددی زوج) داده هستند. در هر کدام از آن‌ها میانگین دو داده‌ی وسط (داده‌های چهارم و پنجم) برابر چارک اول و سوم است، پس:

$$Q_1 = \frac{34 + 36}{2} = 35 \quad Q_3 = \frac{51 + 52}{2} = 51.5$$

داده‌های بین  $Q_1 = 35$  و  $Q_3 = 51.5$  را می‌نویسیم:

۳۶, ۳۹, ۴۰, ۴۱, ۴۳, ۴۵, ۴۵, ۴۷, ۵۱

ابتدا میانگین آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{36 + 39 + 40 + 41 + 43 + 45 + 45 + 47 + 51}{9} = \frac{387}{9} = 43$$

حالا واریانس را حساب می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{(36-43)^2 + (39-43)^2 + (40-43)^2 + (41-43)^2 + (43-43)^2 + (45-43)^2 + (45-43)^2 + (47-43)^2 + (51-43)^2}{9}$$

$$= \frac{49 + 16 + 9 + 4 + 0 + 4 + 4 + 16 + 64}{9} = \frac{166}{9} = 18.44$$

**۹- گزینه‌ی ۱** (مدرش هر سال سوال می‌آید)

اول  $f(2 + \sqrt{2})$  را حساب می‌کنیم:  $f(x) = |2x - 5| \Rightarrow f(2 + \sqrt{2}) = |2(2 + \sqrt{2}) - 5| = |4 + 2\sqrt{2} - 5| = |2\sqrt{2} - 1| = 2\sqrt{2} - 1$

چون  $2\sqrt{2} - 1$  عددی مثبت است، خودش از داخل قدرمطلق بیرون آید!

حالا  $f(1 + \sqrt{2})$  را حساب می‌کنیم:

$$f(x) = |2x - 5| \Rightarrow f(1 + \sqrt{2}) = |2(1 + \sqrt{2}) - 5| = |2 + 2\sqrt{2} - 5| = |2\sqrt{2} - 3| = -2\sqrt{2} + 3$$

عددی منفی

دقت کنید  $\sqrt{2}$  تقریباً  $1/4$  و  $2\sqrt{2}$  تقریباً  $2/8$  است، پس  $2\sqrt{2} - 3$

عددی منفی می‌شود و در نتیجه عدد داخل قدرمطلق، عددی منفی است و قرینش از آن بیرون آمده!

و در نهایت داریم:  $f(2 + \sqrt{2}) + f(1 + \sqrt{2}) = (2\sqrt{2} - 1) + (-2\sqrt{2} + 3) = 2\sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2} + 3 = 2$

**۱۰- گزینه‌ی ۲** (مشابه تست ۹۰ صفحه ۴۱۸)

شیب خط  $y = 2x + 1$  برابر ۲ است، پس خطی که بر آن عمود است، شیبش  $-\frac{1}{2}$  است.

۲) در این عدد سه رقمی، رقم ۸ دو بار تکرار شده باشد که این عدد به یکی از سه حالت زیر است:

$$\frac{8}{8} \frac{8}{8} \frac{8}{8} \quad \frac{8}{8} \frac{8}{8} \frac{8}{8} \quad \frac{8}{8} \frac{8}{8} \frac{8}{8}$$

خانه‌هایی که به صورت  $\odot$  هستند، هر کدام با ۴ رقم ۲، ۳، ۴، ۷ می‌توانند پر شوند، پس این حالت در کل  $4 \times 3 = 12$  عدد می‌تواند به ما بدهد، پس در مجموع  $12 + 60 = 72$  عدد می‌توانیم بسازیم.

۱۴- **گزینه ۴** (مشابه تست ۱۹ و ۲۰ صفحه ۲۱)

دستمزد هفته‌ی اول برابر با  $750$  ( $a_1 = 750$ ) و هر هفته قرار است ۲۵ واحد به دستمزد او اضافه شود (یعنی قدرنسبت  $d = 25$  است).

ما با یک دنباله‌ی حسابی روبه‌رو هستیم که جمله‌ی اولش  $a_1 = 750$  و قدرنسبتش  $d = 25$  است و می‌خواهیم ببینیم جمله‌ی چندم آن ۲۰۰۰ می‌شود. از جمله‌ی عمومی استفاده می‌کنیم و جای  $a_n$  عدد ۲۰۰۰ را قرار می‌دهیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 2000 = 750 + (n-1)(25)$$

$$\Rightarrow 2000 - 750 = (n-1)(25) \Rightarrow 1250 = 25n - 25$$

$$\Rightarrow 1275 = 25n \Rightarrow n = \frac{1275}{25} = 51$$

پس بعد از ۵۱ هفته، دستمزد ثابت او ۲۰۰۰ واحد می‌شود.

۱۵- **گزینه ۳** (مشابه تست ۱۴۵ صفحه ۳۸)

**راه اول** جمله‌ی هفتم و هشتم را از جمله‌ی عمومی دنباله‌ی مثلثی یعنی

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

بار هم عدد ۸ را قرار دهیم:

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2} \xrightarrow{\text{جمله‌ی هفتم}} a_7 = \frac{7(7+1)}{2} = \frac{7 \times 8}{2} = 28$$

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2} \xrightarrow{\text{جمله‌ی هشتم}} a_8 = \frac{8(8+1)}{2} = \frac{8 \times 9}{2} = 36$$

حالا مجموع جمله‌ی هفتم و هشتم را حساب می‌کنیم:

$$a_7 + a_8 = 28 + 36 = 64$$

**راه دوم** مجموع دو جمله‌ی متوالی (جمله‌ی  $n$  ام و  $n+1$  ام) دنباله‌ی مثلثی برابر با جمله‌ی  $(n+1)$  ام دنباله‌ی مربعی است، پس:

هشتم مربعی = هشتم مثلثی + هفتم مثلثی

پس کافی است جمله‌ی هشتم دنباله‌ی مربعی را حساب کنیم:

$$a_n = n^2 \Rightarrow a_8 = 8^2 = 64$$

۱۶- **گزینه ۲**

$$\log \frac{y\sqrt{x}}{z^3} = \log y\sqrt{x} - \log z^3 = \log y + \log \sqrt{x} - \log z^3$$

$$= \log y + \log x^{\frac{1}{2}} - \log z^3 = \log y + \frac{1}{2} \log x - 3 \log z =$$

$$\log 10^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}(\log 2) - 3(\log 5) = \frac{1}{2} \log 10 + \frac{1}{2} \log 2 - 3 \log 5 = \frac{1}{2} \log 10 + \frac{1}{2} \log 2 - 3 \log 5$$

$$= \frac{1}{2} \log 10 + \frac{1}{2} \log 2 - 3 \log 5 = \frac{1}{2} \log 10 + \frac{1}{2} \log 2 - 3 \log 5$$

۱۷- **گزینه ۳** (مشابه تست ۱۰۳ صفحه ۷۸)

حُب فرمولم که خود سؤال داده! فقط جای گذاری‌اش می‌ماند برای ما!

شدت صوت  $3/6 \times 10^{-9}$  است، پس  $I = 3/6 \times 10^{-9}$ ، چون در اطلاعات سؤال، لگاریتم ۳۶ را داریم، همین‌جا  $3/6$  را با یه حرکت به ۳۶ تبدیل می‌کنیم:

$$I = 3/6 \times 10^{-9} = 36 \times 10^{-1} \times 10^{-9} = 36 \times 10^{-10}$$

حالا اطلاعات را در فرمول قرار می‌دهیم:

$$D = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow D = 10 \log \frac{36 \times 10^{-10}}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow D = 10 \log 36 \times 10^{-10} \times 10^{12}$$

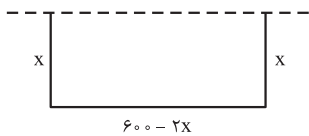
$$\Rightarrow D = 10 \log 36 \times 10^2$$

حالا از خاصیت  $\log(A \times B) = \log A + \log B$  استفاده می‌کنیم:

$$D = 10 (\log 36 + \log 10^2)$$

$$\Rightarrow D = 10 (\log 36 + 2) \Rightarrow D = 10 (\log 36 + 2) = 35/6$$

۱۸- **گزینه ۲** (مشابه تست ۴۶ صفحه ۹۸)



باید مساحت این زمین را بر حسب یک متغیر (مثلاً  $x$ ) بنویسیم و یک تابع درجه‌ی ۲ بسازیم. عرض مستطیل را  $x$  می‌گیریم، پس طول آن باید  $600 - 2x$  باشد (چون مجموع دو عرض و یک طول که کل سیم را تشکیل می‌دهد ۶۰۰ است). حالا مساحت مستطیل را به دست می‌آوریم:

$$S = x(600 - 2x) = 600x - 2x^2$$

$$= -2x^2 + 600x$$

تابع درجه‌ی دوم ما به صورت  $f(x) = -2x^2 + 600x$  است. برای محاسبه‌ی ماکزیمم آن، اول باید  $x_s$  را حساب کنیم:

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-600}{2(-2)} = \frac{-600}{-4} = 150$$

حالا باید جای  $x$  عدد ۱۵۰ را قرار دهیم:

$$f(x) = x(600 - 2x) \Rightarrow f(150) = 150(600 - 2(150))$$

$$= 150 \times 300 = 45000$$

۱۹- **گزینه ۱**

کارت‌های ۱ تا ۲۰ دارای ۱۰ عدد فرد و ۱۰ عدد زوج هستند. اگر از بین آن‌ها دو عدد زوج را کنار بگذاریم، در کل ۱۸ عدد داریم که ۸ تا آن‌ها زوج و ۱۰ تا آن‌ها فرد است، پس فضای نمونه‌ای ما الان دارای ۱۸ عضو است و پیشامد زوج‌آمدن دارای ۸ عضو است؛ در نتیجه:

$$\text{احتمال زوج‌آمدن} = \frac{\text{تعداد اعضای پیشامد}}{\text{تعداد اعضای فضای نمونه‌ای}} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

۲۰- **گزینه ۴** (مشابه تست ۷۴ صفحه ۱۱۶)

کلمه‌ی «لاقل» داره داد می‌زنه که از «احتمال مکمل» باید استفاده کرد! مکمل

«لاقل یک سکه رو بیاید» می‌شود «هیچ سکه‌ای رو نیاید» (یعنی همه پشت بیایند)

پس اول احتمال پیشامد «هر سه سکه پشت بیایند» را حساب می‌کنیم:

چون هر سکه ۲ حالت دارد، فضای نمونه‌ای دارای  $2 \times 2 \times 2 = 8$  عضو است.

پیشامد  $E'$  (هر سه سکه پشت بیایند) دارای  $1 \times 1 \times 1 = 1$  عضو است، پس احتمال پیشامد  $E'$  برابر است با:

$$P(E') = \frac{\text{تعداد اعضای } E'}{\text{تعداد اعضای } S} = \frac{1}{8}$$

و در نتیجه احتمال پیشامد ممکن  $E$  (یعنی  $E$ ) برابر است با:

$$P(E) = 1 - P(E') = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

# آزمون سراسری خارج ۹۵

۱- اگر A مجموعه اعداد طبیعی که بر ۶ بخش پذیرند، B مجموعه اعداد طبیعی دورقمی کم تر از ۴۰ که بخش پذیر بر ۳ باشند. مجموعه B - A چند عضو دارد؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

۲- حاصل  $(\frac{25}{9})^{\frac{3}{5}} \times (\frac{3}{7})^{\frac{5}{2}} \times (0/75)^{-3}$ ، کدام است؟

- ۲/۵ (۱)       $\frac{1}{3}$  (۲)      ۵ (۳)      ۷/۵ (۴)

۳- اگر  $A = 2\sqrt{50} + 4\sqrt{75} - 5\sqrt{48} - 3\sqrt{18}$  باشد،  $A^2$  برابر کدام است؟

- ۲۴ (۱)      ۳۰ (۲)      ۳۲ (۳)      ۳۶ (۴)

۴- اگر  $(3x + \frac{1}{\sqrt{x}}) = 5$  باشد، حاصل  $(9x^2 + \frac{1}{4x})$ ، کدام است؟

- ۱۸ (۱)      ۲۰ (۲)      ۲۱ (۳)      ۲۲ (۴)

۵- مجموع دو کسر تعریف شده  $\frac{x^2 + 4}{x + 4}$  و  $\frac{3x(x-1)}{x+4}$ ، برابر کدام سه جمله ای است؟

- $x^2 - x + 1$  (۱)       $x^2 - x - 1$  (۲)       $x^2 + x - 1$  (۳)       $x^2 + x + 1$  (۴)

۶- داده های آماری در ۱۲ طبقه، دسته بندی شده اند. بازه ی دسته چهارم [۴۰، ۴۳] می باشد. اگر این داده ها در ۹ طبقه، دسته بندی شوند، آن گاه مرکز دسته وسط، کدام است؟

- ۴۷ (۱)      ۴۹ (۲)      ۵۰ (۳)      ۵۱ (۴)

۷- در داده های آماری ۱۰، ۱۹، ۱۵، ۱۷، ۷، ۱۳، ۱۵، ۱۴، ۵، ۱۳، ۹ و ۱۵، تفاضل میانه از مد جامعه کدام است؟

- ۱ (۱)      ۱/۵ (۲)      ۲ (۳)      ۲/۵ (۴)

۸- داده های آماری، با نمودار شاخه و برگ زیر داده شده است. در نمودار جعبه ای این داده ها، میانگین اعداد داخل و روی جعبه، کدام است؟

ساقه	برگ				
۱	۲	۳	۴	۸	۹
۲	۱	۱	۲	۵	۶
۳	۰	۲	۶	۷	۸

۲۳/۴۲ (۱)

۲۳/۵۲ (۲)

۲۳/۶۶ (۳)

۲۳/۷۷ (۴)

۹- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - 7}$  باشد، حاصل  $f(4) - f(2\sqrt{2})$ ، کدام است؟

- ۱ (۱)       $\sqrt{2}$  (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)

۱۰- عرض از مبدأ خط گذرا بر دو نقطه  $(3, -2)$  و  $(1, 2)$ ، کدام است؟

- ۴ (۱)      ۴/۵ (۲)      ۵ (۳)      ۵/۵ (۴)

۱۱- به ازای یک مقدار m، ریشه های معادله  $2x^2 + 3mx + 2m + 6 = 0$ ، معکوس یکدیگرند. مجموع این دو ریشه، کدام است؟

- ۱/۵ (۱)      ۱/۵ (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)

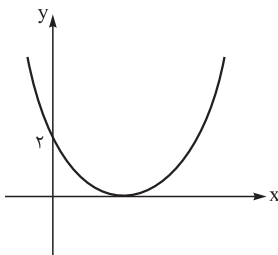
۱۲- شکل روبه رو، نمودار کدام تابع زیر است؟

$y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 2$  (۱)

$y = \frac{1}{3}x^2 - x + 2$  (۲)

$y = x^2 - 2x + 2$  (۳)

$y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 2$  (۴)



۱۳- شش رقم ۵، ۵، ۳، ۳، ۱ و ۱ را از مقوا بریده در کنار یکدیگر جابه‌جا می‌کنیم. تعداد اعداد شش‌رقمی متمایز، کدام است؟

- ۶۰ (۱)                      ۷۲ (۲)                      ۸۰ (۳)                      ۱۲۰ (۴)

۱۴- به علت تورم، بر قیمت کالایی به طور یکنواخت هر سال ۱۰ درصد افزوده می‌شود. در سال پنجم، قیمت این کالا، چند برابر قیمت سال اول می‌شود؟

- ۱/۳۳۳۱ (۱)                      ۱/۳۷۶۱ (۲)                      ۱/۴۶۴۱ (۳)                      ۱/۴۷۵۱ (۴)

۱۵- در دنباله‌ی مربعی، دنباله‌ی تفاضل هر دو جمله‌ی متوالی کدام است؟

- حسابی (۱)                      هندسی (۲)                      مثلثی (۳)                      فیبوناتچی (۴)

۱۶- از رابطه‌ی  $\log x + \log(x-1) = 1 + \log 3 - 3 \log 2$ ، مقدار  $x$  کدام است؟

- $-\frac{3}{2}$  (۱)                       $\frac{5}{4}$  (۲)                       $\frac{3}{2}$  (۳)                       $\frac{5}{2}$  (۴)

۱۷- قدرت زلزله از رابطه‌ی  $M = \frac{2}{3} \log \frac{E}{E_0}$  به دست می‌آید که در آن  $E_0 = 10^{4.4}$  است. اگر قدرت زلزله  $M = 7$  ریشتر باشد، انرژی آزاد شده کدام است؟

( $\log 7/9 = 0/9$ )

- $9 \times 10^{14}$  (۴)                       $9 \times 10^{13}$  (۳)                       $79 \times 10^{13}$  (۲)                       $79 \times 10^{12}$  (۱)

۱۸- اگر  $x$  تعداد واحد کالا باشد، معادله‌ی درآمد به صورت  $R = 100x - 0/1x^2$  و معادله‌ی هزینه  $C = 400 + 60x$  است. ماکزیمم سود، کدام است؟

- ۴۸۰۰ (۴)                      ۳۶۰۰ (۳)                      ۳۲۰۰ (۲)                      ۲۴۰۰ (۱)

۱۹- هر یک از ۲۵ دانش‌آموز، دو سکه‌ی متمایز را پرتاب می‌کنند و نتیجه را یادداشت می‌کنیم. در پرتاب ۶ دانش‌آموز، هر دو سکه «رو» ظاهر شده‌اند. اختلاف تخمین احتمال از احتمال نظری، کدام است؟

- $0/005$  (۱)                       $0/01$  (۲)                       $0/02$  (۳)                       $0/025$  (۴)

۲۰- در پرتاب دو تاس با هم، احتمال ظاهر شدن دو عدد غیرمساوی، کدام است؟

- $\frac{5}{12}$  (۱)                       $\frac{2}{3}$  (۲)                       $\frac{7}{9}$  (۳)                       $\frac{5}{6}$  (۴)

## پاسخ نامهی تشریحی

جمله‌ی عبارت خواسته شده، توان دوم دو جمله‌ی عبارت داده شده است، پس کافی است طرفین عبارت داده شده را به توان ۲ برسانیم:

$$3x + \frac{1}{2x} = 5 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} \underbrace{\left(3x + \frac{1}{2x}\right)^2}_{\text{اتحاد مربع}} = 5^2$$

$$\Rightarrow (3x)^2 + \left(\frac{1}{2x}\right)^2 + 2\left(3x\right)\left(\frac{1}{2x}\right) = 25 \Rightarrow$$

$$9x^2 + \frac{1}{4x^2} + 3 = 25 \Rightarrow 9x^2 + \frac{1}{4x^2} = 25 - 3 \Rightarrow 9x^2 + \frac{1}{4x^2} = 22$$

۵- **گزینه‌ی ۱** چون مخرج دو کسر داده شده برابر است، صورت‌هایشان را با هم جمع می‌کنیم:

$$\frac{3x(x-1)}{x+4} + \frac{x^2+4}{x+4} = \frac{3x^2-3x}{x+4} + \frac{x^2+4}{x+4}$$

$$= \frac{3x^2-3x+x^2+4}{x+4} \xrightarrow{\text{صورت را استاندارد می‌نویسیم}} \frac{x^3+3x^2-3x+4}{x+4}$$

برای این که حاصل کسر به دست آید، کافی است، صورت را به مخرج تقسیم کنیم. خارج قسمت تقسیم همان جواب کسرمان است.

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 3x + 4 \quad | \quad x + 4 \\ -x^3 - 4x^2 \\ \hline -x^2 - 3x + 4 \\ \quad x^2 + 4x \\ \hline \quad \quad x + 4 \\ \quad \quad -x - 4 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

پس حاصل کسر نهایی برابر با  $x^2 - x + 1$  است.

۶- **گزینه‌ی ۲** دسته‌ی چهارم به صورت  $[40, 43]$  است، پس طول دسته‌ها برابر با  $43 - 40 = 3$  است. با کمک نمودارمان، از عدد ۴۰، سه بار ۳ تایی به عقب می‌آییم و از ۴۳، نه بار ۳ تایی به جلو می‌رویم تا  $\min$  و  $\max$  داده‌ها به دست آید.

۱	۲	۳	④	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
۳۱	۳۴	۳۷	۴۰	۴۳	۴۶	۴۹	۵۲	۵۵	۵۸	۶۱	۶۴

پس  $\min = 31$  و  $\max = 67$  است و دامنه‌ی تغییرات برابر است با:

$$R = \max - \min = 67 - 31 = 36$$

حالا می‌خواهیم داده‌ها را به ۹ دسته، تقسیم کنیم. طول هر دسته برابر است

$$C = \frac{R}{K} = \frac{36}{9} = 4 \quad \text{با:}$$

پس، از عدد ۳۱ شروع می‌کنیم و ۴ تا ۴ تا جلو می‌آییم تا به دسته‌ی وسط (یعنی دسته‌ی پنجم) برسیم:

(دسته‌ی وسط)

۱	۲	۳	۴	⑤	۶	۷	۸	۹
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
۳۱	۳۵	۳۹	۴۳	۴۷	۵۱	۵۵	۵۹	۶۳

۱- **گزینه‌ی ۲** A، مجموعه‌ی اعداد طبیعی بخش‌پذیر بر ۶ است:

$$A = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, \dots\}$$

B، مجموعه‌ی اعداد دورقمی کوچک‌تر از ۴۰ است که بر ۳ بخش‌پذیرند:

$$B = \{12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39\}$$

سؤال از ما مجموعه‌ی  $B - A$  را می‌خواهد. یعنی عضوهایی از B که در A نیستند، بنابراین از مجموعه‌ی B، اعداد ۱۲، ۱۸، ۲۴، ۳۰ و ۳۶ چون عضو A هستند، حذف می‌شود و در نهایت داریم:

$$B - A = \{\cancel{12}, \cancel{15}, \cancel{18}, \cancel{21}, \cancel{24}, \cancel{27}, \cancel{30}, \cancel{33}, \cancel{36}, 39\} \\ = \{15, 21, 27, 33, 39\}$$

پس مجموعه‌ی  $B - A$ ، دارای ۵ عضو است.

۲- **گزینه‌ی ۳** صورت و مخرج کسر  $\frac{25}{90}$  را به ۵ ساده می‌کنیم و

صورت و مخرج نهایی را به شکل تجزیه شده می‌نویسیم:

$$\frac{25}{90} = \frac{5}{18} = \frac{5}{2 \times 3^2}$$

عدد  $\left(\frac{3}{4}\right)^5$  را به صورت  $\frac{3^5}{4^5}$  می‌نویسیم.

کسر معادل با عدد اعشاری ۰/۷۵ به صورت  $\frac{3}{4}$  می‌کنیم  $\frac{75}{100}$  است،

پس:  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = (0/75)^{-3}$  و ما می‌توانیم  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$  را به صورت  $\left(\frac{4}{3}\right)^3$

بنویسیم. صورت این کسر را می‌توانیم ساده‌تر هم بنویسیم:

$$\left(\frac{4}{3}\right)^3 = \left(\frac{2^2}{3}\right)^3 = \frac{2^6}{3^3}$$

و در نهایت داریم:

$$\frac{25}{90} \times \left(\frac{3}{4}\right)^5 \times (0/75)^{-3} = \frac{5}{2 \times 3^2} \times \frac{3^5}{2^5} \times \frac{2^6}{3^3}$$

$$= \frac{5 \times 3^5 \times 2^6}{2^5 \times 3^2 \times 3^3} = \frac{5 \times 3^5 \times 2^6}{2^5 \times 3^5} = 2$$

۳- **گزینه‌ی ۲** اعداد داخل رادیکال‌ها را به صورت ضرب دو عدد که

یکی از آن‌ها جذر دقیق دارد، می‌نویسیم و رادیکال را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2} \quad \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3} \quad \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

حالا عبارت‌های بالا را در عبارت داده شده در صورت سؤال جای گذاری

$$A = 2\sqrt{50} + 4\sqrt{75} - 5\sqrt{48} - 3\sqrt{8} \quad \text{می‌کنیم:}$$

$$\Rightarrow A = 2(5\sqrt{2}) + 4(5\sqrt{3}) - 5(4\sqrt{3}) - 3(2\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow A = 10\sqrt{2} + 20\sqrt{3} - 20\sqrt{3} - 6\sqrt{2} \Rightarrow A = 4\sqrt{2}$$

و حالا  $A^2$  را حساب می‌کنیم:

$$A^2 = (4\sqrt{2})^2 = 4^2 \times (\sqrt{2})^2 = 16 \times 2 = 32$$

۴- **گزینه‌ی ۲** می‌خواهیم با داشتن  $3x + \frac{1}{2x} = 5$  حاصل

عبارت  $9x^2 + \frac{1}{4x^2}$  را حساب کنیم. اگر کمی دقت کنیم، می‌بینیم که دو



حالا با داشتن شیب و انتخاب یکی از دو نقطه‌ی A و B (مثلاً B) معادله‌ی خط را می‌نویسیم:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{\substack{m=-2 \\ B(1,2) \\ x_0, y_0}} y - 2 = -2(x - 1)$$

$$\Rightarrow y - 2 = -2x + 2 \Rightarrow y = -2x + 4$$

عرض‌از‌مبدأ

۱۱- **گزینه‌ی ۴** اگر دو عدد معکوس هم باشند (مثل  $\frac{5}{7}, \frac{7}{5}$ ) حتماً

ضربشان یک است، پس در این جا هم که ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم معکوس هم هستند، حاصل ضربشان برابر یک است. حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم برابر با  $\frac{c}{a}$  بود.

$$2x^2 + 3mx + 2m + 6 = 0$$

$$a = 2, b = 3m, c = 2m + 6$$

$$1 = \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \frac{2m + 6}{2} = 1 \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 2m + 6 = 2$$

حالا سؤال مجموع دو ریشه را می‌خواهد که برابر است با:

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-3m}{2} = \frac{-3(-2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

۱۲- **گزینه‌ی ۱** چون دهانه‌ی سهمی رو به بالا است، پس ضریب  $x^2$

باید مثبت باشد، در نتیجه گزینه‌ی ۱ رد می‌شود.

مقدار c در تمام گزینه‌ها ۲ است، پس هیچ گزینه‌ای رد نمی‌شود.

طول رأس سهمی طبق شکل، عدد مثبت است. طول رأس سه گزینه‌ی باقی مانده را حساب می‌کنیم:

$$1 \quad y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 2 \quad x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(\frac{1}{4})} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 1 = 2$$

$$2 \quad y = \frac{1}{4}x^2 - x + 2 \quad x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2(\frac{1}{4})} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 = 1$$

$$3 \quad y = x^2 - 2x + 2 \quad x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(1)} = \frac{2}{2} = 1$$

متأسفانه هیچ گزینه‌ای رد نشد! تیر آخر را می‌زنیم! چون منحنی بر محور x ها مماس شده است، پس باید  $\Delta$  ی آن صفر باشد. دلتای هر سه گزینه را حساب می‌کنیم، هر کدام صفر شد قطعاً جواب است.

$$1 \quad \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(\frac{1}{4})(2) = 4 - 4 = 0 \quad \checkmark$$

$$2 \quad \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(\frac{1}{4})(2) = 1 - 4 = -3 \quad \times$$

$$3 \quad \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(2) = 4 - 8 = -4 \quad \times$$

پس جواب گزینه‌ی ۱ است.

۱۳- **گزینه‌ی ۱** می‌خواهیم با شش رقم ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۵، عدد

شش رقمی بسازیم، پس حالت‌بندی لازم نیست! چون از هر ۶ رقم می‌خواهیم استفاده کنیم (۶ رقم داریم، عدد هم ۶ رقمی می‌خواهیم).

فقط چون تکرار داریم از جایگشت با تکرار استفاده می‌کنیم:

$$\underbrace{1, 3, 3, 5, 5, 5}_{\text{بار ۲}} \quad \underbrace{2}_{\text{بار ۳}}$$

$$= \frac{6!}{2!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 3!}{2} = 6 \times 3 = 6$$

به خاطر ۳ بار تکرار ۵  $\rightarrow$  به خاطر ۲ بار تکرار ۳

دسته‌ی پنجم به صورت (۴۷، ۵۱) درآمده، پس مرکز آن برابر است با:

$$\text{کران بالای دسته‌ی پنجم} + \text{کران پایین دسته‌ی پنجم} = \text{مرکز دسته‌ی پنجم}$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{47 + 51}{2} = 49$$

۷- **گزینه‌ی ۲** اول داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$\begin{matrix} \text{داده‌ی هفتم} & \text{داده‌ی ششم} \\ 5, 7, 9, 10, 13, & 13, 14, 15, 15, 15, 17, 19 \\ \text{دو داده‌ی وسط} \end{matrix}$$

داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد، عدد ۱۵ است که ۳ بار تکرار شده است، پس مُد برابر با ۱۵ است.

تعداد داده‌ها ۱۲ (زوج) است، پس میانگین دو داده‌ی وسط (داده‌ی ششم و هفتم) برابر میانه است:

$$Q_2 = \frac{\text{داده‌ی هفتم} + \text{داده‌ی ششم}}{2} = \frac{13 + 14}{2} = 13.5$$

تفاضل مُد و میانه برابر است با:  $15 - 13.5 = 1.5$

۸- **گزینه‌ی ۴** داده‌ها را از نمودار ساقه و برگ استخراج می‌کنیم:

نیمه‌ی اول	داده‌ی هشتم	نیمه‌ی دوم
12, 13, 14, 18	19, 21, 21, 22	25, 26, 30, 32, 36, 37, 38
$\downarrow$ $Q_1$	$\downarrow$ $Q_2$	$\downarrow$ $Q_3$

تعداد داده‌ها ۱۵ (فرد) است، پس داده‌ی هشتم  $(\frac{15+1}{2} = 8)$  برابر با میانه است:  $Q_2 = 22$ .

نیمه‌ی اول و دوم داده‌ها هر کدام شامل ۷ (فرد) داده است، پس در هر نیمه، داده‌ی چهارم  $(\frac{7+1}{2} = 4)$  برابر چارک اول و سوم است.

$$Q_1 = \text{داده‌ی چهارم نیمه‌ی اول} = 18$$

$$Q_3 = \text{داده‌ی چهارم نیمه‌ی دوم} = 32$$

ما میانگین داده‌های داخل و روی جعبه را در نمودار جعبه‌ای می‌خواهیم. این داده‌ها از خود  $Q_1$  شروع و تا خود  $Q_3$  می‌روند:

$$18, 19, 21, 21, 22, 25, 26, 30, 32$$

میانگین این ۹ عدد برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{18 + 19 + 21 + 21 + 22 + 25 + 26 + 30 + 32}{9} = \frac{214}{9} = 23.77$$

۹- **گزینه‌ی ۲** اول  $f(4)$  را حساب می‌کنیم، کافی است جای x عدد ۴ را قرار دهیم:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 7} \Rightarrow f(4) = \sqrt{4^2 - 7} = \sqrt{16 - 7} = \sqrt{9} = 3$$

حالا  $f(2\sqrt{2})$  را حساب می‌کنیم. این بار کافی است جای x عدد  $2\sqrt{2}$  را قرار دهیم:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 7} \Rightarrow f(2\sqrt{2}) = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 7} = \sqrt{4(2) - 7} = \sqrt{8 - 7} = \sqrt{1} = 1$$

و در نهایت داریم:  $f(4) - f(2\sqrt{2}) = 3 - 1 = 2$

۱۰- **گزینه‌ی ۱** اول شیب خط گذرنده از دو نقطه‌ی  $A = (3, -2)$

و  $B = (1, 2)$  را حساب می‌کنیم:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - (-2)}{1 - 3} = \frac{4}{-2} = -2$$

۱۴- **گزینه‌ی ۳** اگر به عددی ۱۰ درصد اضافه شود، یعنی ۱۰۰ درصد آن به ۱۱۰ درصد تبدیل شده است و در نتیجه عدد ۱/۱ =  $\frac{110}{100}$  برابر شده است.

خب پس می‌توانیم بگوییم قیمت کالایی بر اثر تورم هر سال ۱/۱ برابر می‌شود و ما با یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت  $r = 1/1$  روبه‌رو هستیم. برای این‌که ببینیم قیمت این کالا بعد از ۵ سال چند برابر قیمت سال اول است باید  $a_5$  را به  $a_1$  تقسیم کنیم:

$$\frac{\text{قیمت سال پنجم}}{\text{قیمت سال اول}} = \frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 r^5}{a_1} = r^5 = (1/1)^5 = 1/4641$$

۱۵- **گزینه‌ی ۱** جملات متوالی دنباله‌ی مربعی را از هم کم می‌کنیم تا ببینیم چه دنباله‌ای پدید می‌آید:



اعداد ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱, ... با هم تشکیل یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت  $d = 2$  می‌دهند.

۱۶- **گزینه‌ی ۴** عبارت سمت چپ را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\log x + \log(x-1) = \log x(x-1) = \log(x^2 - x)$$

حالا عبارت سمت راست را ساده می‌کنیم:

$$1 + \log 3 - 3 \log 2 = \log 1 + \log 3 - \log 8 = \log 10 + \log 3 - \log 8 = \log(10 \times 3)$$

$$= \log 30 - \log 8 = \log \frac{30}{8} = \log \frac{15}{4}$$

حالا دو عبارت ساده‌شده را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\log(x^2 - x) = \log\left(\frac{15}{4}\right) \xrightarrow{\text{حذف لگاریتم‌ها}} x^2 - x = \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 - x - \frac{15}{4} = 0$$

معادله درجه دوم به دست آمده را با روش کلی حل می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4\left(1\right)\left(-\frac{15}{4}\right) = 1 + 15 = 16$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{16}}{2(1)} = \frac{1 \pm 4}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2} \quad \checkmark \\ x_2 = \frac{1-4}{2} = -\frac{3}{2} \quad \times \end{cases}$$

عدد  $-\frac{3}{2}$  آرگومان عبارت  $\log x$  را منفی می‌کند، پس قابل قبول نیست.

۱۷- **گزینه‌ی ۲** دو فرمول در قسمت زلزله داشتیم، یکی  $M$  برحسب  $E$  (که این‌جا سؤال داده) و دیگری  $E$  برحسب  $M$  (که سؤال نداده ولی ما حفظیم!).

این‌جا دومی به درد می‌خورد:

سؤال  $M = 7$  را داده است و  $E$  را می‌خواهد:

$$E = 10^{\frac{2}{3}M + \frac{4}{4}} = 10^{\frac{2}{3}(7) + \frac{4}{4}} = 10^{5 + 1} = 10^6$$

در این‌جا باید حرکتی بزنی که خیلی خاصه! باید  $10^{14/9}$  را به صورت  $10^{14} \times 10^{4/9}$  بنویسیم و حالا از اطلاعات داخل پراتنز سؤال، مقدار  $10^{4/9}$  را حساب کنیم.

سؤال گفته  $10^{4/9} = 7/9$ ، پس با استفاده از تعریف داریم:

$$\log_{10} 7/9 = 4/9 \xrightarrow{\log_B^A C \Rightarrow B^C = A} 10^{4/9} = 7/9$$

پس به جای  $10^{4/9}$  می‌توانیم  $7/9$  را قرار دهیم.

$$E = 10^{14/9} = \underbrace{10^{14}}_{7/9} \times 10^{4/9} = 7/9 \times 10^{14} = \frac{7 \times 10^{13}}{9} = 79 \times 10^{13}$$

سؤالش با روح و روان آدم بازی می‌کرد!

۱۸- **گزینه‌ی ۳** تابع سود را خیلی راحت می‌نویسیم:

$$\text{سود} = P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\Rightarrow P(x) = (100x - 0.1x^2) - (400 + 60x)$$

$$= 100x - 0.1x^2 - 400 - 60x$$

$$\Rightarrow P(x) = -0.1x^2 + 40x - 400 \Rightarrow P(x) = -\frac{1}{10}x^2 + 40x - 400$$

برای محاسبه‌ی سود ماکزیمم، ابتدا  $x$  رأس را حساب می‌کنیم:

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-40}{2(-\frac{1}{10})} = \frac{-40}{-\frac{2}{10}} = \frac{40 \times 10}{2} = 200$$

حالا  $x = 200$  را در  $P(x)$  جای  $x$  قرار می‌دهیم تا سود ماکزیمم به دست

$$\text{آید: } P(200) = -\frac{1}{10}(200)^2 + 40(200) - 400 =$$

$$= -\frac{1}{10}(40000) + 8000 - 400 = -4000 + 8000 - 400 = 3600$$

۱۹- **گزینه‌ی ۴** اول تخمین احتمال (احتمال تجربی) را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\text{تعداد دفعات مشاهده‌ی موردنظر}}{\text{تعداد کل مشاهدات}} = \frac{6}{25} = \text{احتمال تجربی}$$

حالا احتمال نظری را حساب می‌کنیم. باید ببینیم در پرتاب دو سکه، با چه احتمالی دو سکه (رو، ظاهر می‌شود).

$$S = \{(ر,ر), (ر,پ), (پ,ر), (پ,پ)\}$$

$$E = \{(ر,ر)\}$$

$$\frac{\text{تعداد اعضای پیشامد } E}{\text{تعداد اعضای فضای نمونه‌ای } S} = \frac{1}{4}$$

حالا باید اختلاف (تفاضل) این دو عدد را به دست آوریم:

$$\frac{1}{4} - \frac{6}{25} = \frac{25 - 24}{100} = \frac{1}{100} = 0.01$$

۲۰- **گزینه‌ی ۴** فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس دارای

$$36 = \frac{6}{\text{تاس دوم}} \times \frac{6}{\text{تاس اول}} \text{ عضو است.}$$

تعداد اعضای پیشامدی را می‌خواهیم که عدد روی تاس‌ها یکسان نباشد، پس تاس اول دارای ۶ حالت و تاس دوم دارای ۵ حالت (فقط اون عددی که تاس

$$\frac{6}{\text{تاس اول}} \times \frac{5}{\text{تاس دوم}} = 30$$

اول اومده باید نیادا!) است:

پس احتمال رخ دادن این پیشامد برابر است با:

$$P(E) = \frac{\text{تعداد اعضای } E}{\text{تعداد اعضای } S} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$