سؤالات کنکور سراسری داخل ۹۵

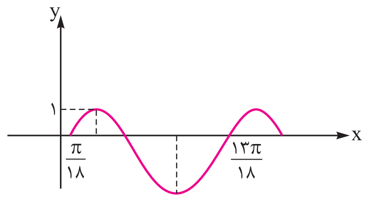
۱- به ازای کدام مجموعه مقادیر m، منحنی به معادله‌ی $y=(m-۲)x^۲-۲(m+۱)x+۱۲$، محور x ها را در دو نقطه به طول‌های منفی، قطع می‌کند؟

۱) $m>۲$ ۲) $-۱<m<۲$ ۳) هر مقدار m ۴) هیچ مقدار m

۲- نمودارهای دو تابع $f(x)=۳^{ax+b}$ و $g(x)=(\frac{۱}{۹})^x$، در نقطه‌ای به طول ۱− متقاطع هستند. اگر $f(۲)=\frac{۱}{۳}$ باشد، مقدار $f^{-۱}(۲۷)$، کدام است؟

۱) ۳− ۲) ۲− ۳) ۱ ۴) ۳

۳- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=a-۲\cos(bx+\frac{\pi}{۲})$ است. $a+b$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

۴- اگر عبارت $ax^۳+۴x^۲-۱۴x+۱۰-a$، بر سه‌جمله‌ای $x^۲-۲x+۱$، بخش‌پذیر باشد، a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵- دامنه‌ی تابع $f(x)=\sqrt{۱-\log(x^۲-۳x)}$، به کدام صورت بازه‌ها است؟

۱) $[-۲,۰)\cup(۳,۵]$ ۲) $[-۲,۰]\cup(۳,۵)$ ۳) $[-۲,۳)$ ۴) $(۰,۵]$

۶- مجموع تمام جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin ۴x=\sin^۴ x-\cos^۴ x$، در بازه‌ی $[۰,\pi]$، برابر کدام است؟

۱) $\frac{۷\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۹\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۵\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۱۱\pi}{۳}$

۷- نمودار تابع $y=\cos(\tan^{-۱}x)$ و خط به معادله‌ی $y=mx$، به ازای کدام مجموعه مقادیر m، در یک نقطه، مشترک هستند؟

۱) $(-\infty,+\infty)-\{۰\}$ ۲) $(-\infty,+\infty)$ ۳) $(-\infty,۰)$ ۴) $(۰,+\infty)$

۸- اگر $f(x)=\frac{۱}{۲}(x+\sqrt{x^۲+۴})$ باشد، حاصل $f^{-۱}(x)+f^{-۱}(\frac{۱}{x})$، کدام است؟

۱) $۲x$ ۲) $\frac{۲}{x}$ ۳) $x^۲-۱$ ۴) صفر

سؤالات کنکور سراسری خارج ۹۵

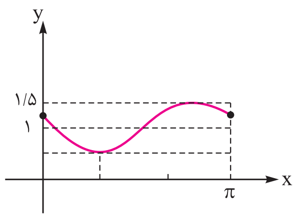
۹- به ازای کدام مجموعه مقادیر m، منحنی به معادله‌ی $y=(m+۲)x^۲+۳x+۱-m$، محور x ها را در هر دو طرف مبدأ مختصات قطع می‌کند؟

۱) $m>۱$ یا $m<-۲$ ۲) $-۲<m<۱$ ۳) فقط $m<-۲$ ۴) فقط $m>۱$

۱۰- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x)=A(۲)^{Bx}$ و خط به معادله‌ی $۴y=۵x$، در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۴ متقاطع هستند. مقدار $f^{-۱}(۱۰)$، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۱- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=۱+a\sin(bx-\frac{\pi}{۶})$ است. $a+b$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

۱۲- در دنباله‌های حسابی «۲, ۹, ۱۶, ۲۳, ...» و «۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, ...» چند عدد سه‌رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰، موجود است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۳- اگر $f(x)=\sqrt{۲-x}$ و $g(x)=\log(x^۲-۱۵x)$ باشند، دامنه‌ی تابع fog، کدام است؟

۱) $(۰,۵]\cup[۲۰,۲۵)$ ۲) $[-۵,۰)\cup(۱۵,۲۰]$ ۳) $(۱۵,۲۰]$ ۴) $[-۵,۰)$

۱۴- مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin(x+\frac{\pi}{۸})+\cos(x-\frac{۳\pi}{۸})=۱$، در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۵\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۷\pi}{۴}$

۱۵- نمودار تابع $y=\sin(\tan^{-۱}x)$ و خط به معادله‌ی $y=mx$، به ازای کدام مجموعه مقادیر m، در سه نقطه، مشترک هستند؟

۱) $-۱\le m\le ۱$ ۲) $-۱<m<۱$ ۳) $۰\le m\le ۱$ ۴) $۰<m<۱$

۱- گزینه۴ برای آن‌که منحنی به معادله‌ی $y=(m-2)x^2-2(m+1)x+12$ محور xها را در دو نقطه به طول منفی قطع کند باید در معادله‌ی درجه‌ی دوم $(m-2)x^2-2(m+1)x+12=0$، $\Delta>0$ و $\frac{c}{a}>0$ و $-\frac{b}{a}<0$ باشد، پس:

$$\Delta>0 \Rightarrow 4(m+1)^2-4(12)(m-2)>0$$
$$\Rightarrow 4(m^2+2m+1-12m+24)>0$$
$$\Rightarrow m^2-10m+25>0 \Rightarrow (m-5)^2>0 \Rightarrow m\neq 5$$
$$\frac{c}{a}>0 \Rightarrow \frac{12}{m-2}>0 \Rightarrow m-2>0 \Rightarrow m>2$$
$$-\frac{b}{a}<0 \Rightarrow \frac{2(m+1)}{m-2}<0 \to -1<m<2$$

اشتراک سه مجموعه‌ی $(m\neq 5)$، $(m>2)$ و $(-1<m<2)$ می‌شود $\varnothing$، پس منحنی به ازای هیچ مقدار m محور طول‌ها را در دو نقطه به طول‌های منفی قطع نمی‌کند.

۲- گزینه۲ دو منحنی در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع‌اند پس باید مختصات این نقطه در هر دو معادله صدق کند:

$$f(x)=3^{ax+b} \xrightarrow{x=-1} (-1,3^{-a+b})$$
$$g(x)=(\tfrac{1}{9})^x \xrightarrow{x=-1} (-1,9)$$
$$\xrightarrow{f(-1)=g(-1)} 9=3^{-a+b} \Rightarrow -a+b=2 \quad (I)$$
$$f(2)=\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3}=3^{2a+b} \Rightarrow 2a+b=-1 \quad (II)$$
$$(I),(II) \Rightarrow \begin{cases}-a+b=2\\ 2a+b=-1\end{cases} \Rightarrow a=-1, b=1$$

پس ضابطه‌ی تابع f به شکل $f(x)=3^{-x+1}$ است. حالا برای پیداکردن $f^{-1}(27)$ داریم:

$$f^{-1}|^{27} \Rightarrow f|_{27} \Rightarrow 27=3^{-x+1} \Rightarrow -x+1=3 \Rightarrow x=-2$$
$$\Rightarrow f|^{-2}_{27} \Rightarrow f^{-1}|^{27}_{-2} \Rightarrow f^{-1}(27)=-2$$

۳- گزینه۴ داریم $\cos(bx+\frac{\pi}{2})=-\sin bx$، پس ضابطه‌ی تابع به شکل $y=a-2\cos(bx+\frac{\pi}{2})=a+2\sin bx$ درمی‌آید. حالا اولن با توجه به این‌که حداکثر مقدار $\sin bx$ برابر ۱ است پس ماکسیمم تابع برابر $a+2$ است که با توجه به شکل باید $a+2=1$ یعنی $a=-1$. ثانین دوره‌ی تناوب تابع از روی نمودار برابر $\frac{13\pi}{18}-\frac{\pi}{18}=\frac{12\pi}{18}=\frac{2\pi}{3}$ است، پس باید داشته باشیم: $\frac{2\pi}{|b|}=\frac{2\pi}{3}$ یعنی $|b|=3$ و در نتیجه $b=3$ یا $b=-3$ که با توجه به صعودی‌بودن تابع در همسایگی نقطه‌ی $x=\frac{\pi}{18}$ مقدار $b=3$ قابل قبول است، پس $a+b=-1+3=2$.

۴- گزینه۲ می‌دانیم برای آن‌که چندجمله‌ای $f(x)$ بر $(x-a)^n$ بخش‌پذیر باشد، باید خودش و مشتق‌هایش تا مرتبه‌ی $(n-1)$اُم بر $x-a$ بخش‌پذیر باشند، پس برای آن‌که $f(x)=ax^3+4x^2-14x+10-a$ بر $x^2-2x+1=(x-1)^2$ بخش‌پذیر باشد باید $f(1)=0$ و $f'(1)=0$ باشد، پس:

$$f'(x)=3ax^2+8x-14 \Rightarrow f'(1)=3a+8-14=0 \Rightarrow a=2$$

چندجمله‌ای را به شکل زیر می‌نویسیم:

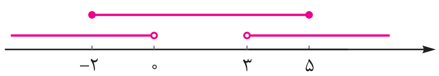
$$f(x)=a(x^3-1)+4x^2-14x+10$$
$$=a(x-1)(x^2+x+1)+(2x-2)(2x-5)$$
$$=(x-1)(a(x^2+x+1)+2(2x-5))$$
$$=(x-1)(ax^2+(a+4)x+a-10)$$

حالا برای آن‌که $f(x)$ بر $(x-1)^2$ بخش‌پذیر باشد باید $ax^2+(a+4)x+a-10$ بر $x-1$ بخش‌پذیر باشد، پس:

$$a+(a+4)+a-10=0 \Rightarrow a=2$$

۵- گزینه۱ عبارت زیر رادیکال باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر و عبارت جلوی لگاریتم بزرگ‌تر از صفر باشد، پس:

$$f(x)=\sqrt{1-\log(x^2-3x)}$$
$$x^2-3x>0 \Rightarrow x<0 \text{ یا } x>3 \quad (I)$$
$$1-\log(x^2-3x)\geq 0 \Rightarrow \log(x^2-3x)\leq 1$$
$$\Rightarrow x^2-3x\leq 10 \Rightarrow x^2-3x-10\leq 0$$
$$\Rightarrow (x+2)(x-5)\leq 0 \Rightarrow -2\leq x\leq 5 \quad (II)$$
$$(I)\cap(II) \Rightarrow [-2,0)\cup(3,5]$$



از گزینه‌ها استفاده می‌کنیم. عدد $x=1$ در ۳ و ۴ هست و داریم $\sqrt{1-\log(-2)}$ که تعریف‌نشده پس ۳ و ۴ حذف می‌شوند. $x=0$ در ۲ هست ولی در ۱ نیست و با قراردادن $x=0$ داریم $\sqrt{1-\log(0)}$ که تعریف نشده پس ۱ درست است.

۶- گزینه۳ $\sin^4 x-\cos^4 x$ را تجزیه و بعد از اتحادهای $\cos^2 x-\sin^2 x=\cos 2x$ و $\sin 2x=2\sin x\cos x$ استفاده می‌کنیم:

$$\sin 4x=\sin^4 x-\cos^4 x$$
$$\Rightarrow \sin 4x=(\sin^2 x+\cos^2 x)(\sin^2 x-\cos^2 x)$$
$$\Rightarrow \sin 4x=-\cos 2x \Rightarrow 2\sin 2x\cos 2x=-\cos 2x$$
$$\Rightarrow \cos 2x(2\sin 2x+1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos ۲x = ۰ \Rightarrow ۲x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴} \xrightarrow{[۰,\pi]} \frac{\pi}{۴}, \frac{۳\pi}{۴} \\ \sin ۲x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} ۲x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۶} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{۱۲} \xrightarrow{[۰,\pi]} \frac{۱۱\pi}{۱۲} \\ ۲x = ۲k\pi + \pi + \frac{\pi}{۶} \Rightarrow x = k\pi + \frac{۷\pi}{۱۲} \Rightarrow \frac{۷\pi}{۱۲} \end{cases} \end{cases}$$

حالا مجموع جواب‌ها می‌شود: $\frac{\pi}{۴} + \frac{۳\pi}{۴} + \frac{۱۱\pi}{۱۲} + \frac{۷\pi}{۱۲} = \frac{۵\pi}{۲}$

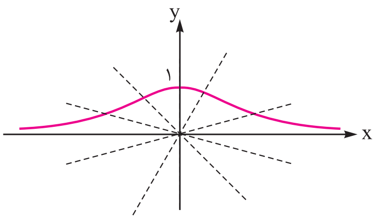
۷- گزینه۱ ضابطه‌ی تابع $y = \cos(\tan^{-۱} x)$ را ساده می‌کنیم. اگر فرض کنیم $\tan^{-۱} x = \alpha$ داریم $\tan\alpha = x$، پس:

$$y = \cos(\tan^{-۱} x) = \cos\alpha$$

می‌دانیم $\cos^۲\alpha = \frac{۱}{۱+\tan^۲\alpha}$ و چون $-\frac{\pi}{۲} < \tan^{-۱} x < \frac{\pi}{۲}$ پس $\cos\alpha > ۰$ است، در نتیجه: $y = \cos\alpha = \frac{۱}{\sqrt{۱+\tan^۲\alpha}} = \frac{۱}{\sqrt{۱+x^۲}}$ پس

می‌خواهیم خط $y = mx$ منحنی $y = \frac{۱}{\sqrt{۱+x^۲}}$ را فقط در یک نقطه قطع کند.

نمودار تابع $y = \frac{۱}{\sqrt{۱+x^۲}}$ را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که می‌بینیم خط $y = mx$ به ازای تمام مقادیر m به‌جز $m = ۰$ منحنی را همواره در یک نقطه قطع می‌کند پس مجموعه‌ی مقادیر m می‌شود $(-\infty, +\infty) - \{۰\}$.

خط $y = mx$ را با منحنی $y = \frac{۱}{\sqrt{۱+x^۲}}$ قطع می‌دهیم:

$$\begin{cases} y = mx \\ y = \frac{۱}{\sqrt{۱+x^۲}} \end{cases} \Rightarrow mx = \frac{۱}{\sqrt{۱+x^۲}} \Rightarrow m^۲x^۴ + m^۲x^۲ - ۱ = ۰$$

معادله‌ی بالا به ازای تمام مقادیر m به جز $m \neq ۰$ همواره یک جواب دارد چون $\frac{c}{a} < ۰$ است. بنابراین مجموعه‌ی مقادیر m می‌شود $(-\infty, +\infty) - \{۰\}$.

۸- گزینه۴ راه ضابطه‌ی تابع وارون را پیدا می‌کنیم:

$$y = \frac{۱}{۲}(x + \sqrt{x^۲+۴}) \Rightarrow ۲y - x = \sqrt{x^۲+۴}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} ۴y^۲ - ۴yx + x^۲ = x^۲ + ۴$$

$$\Rightarrow x = \frac{y^۲-۱}{y} \Rightarrow x = y - \frac{۱}{y} \Rightarrow f^{-۱}(x) = x - \frac{۱}{x}$$

حالا عبارت خواسته‌شده را پیدا می‌کنیم:

$$f^{-۱}(x) + f^{-۱}(\frac{۱}{x}) = x - \frac{۱}{x} + \frac{۱}{x} - x = ۰$$

اگر $f(a) = \frac{۱}{۲}(\sqrt{a^۲+۴} + a)$ داریم $f(-a) = \frac{۱}{۲}(\sqrt{a^۲+۴} - a)$ و چون $\frac{۱}{۲}(\sqrt{a^۲+۴}+a)\frac{۱}{۲}(\sqrt{a^۲+۴}-a) = ۱$ پس اگر فرض کنیم $\frac{۱}{۲}(\sqrt{a^۲+۴}+a) = b$ داریم $\frac{۱}{۲}(\sqrt{a^۲+۴}-a) = \frac{۱}{b}$ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\left.\begin{matrix} f(a) = b \Rightarrow f^{-۱}(b) = a \\ f(-a) = \frac{۱}{b} \Rightarrow f^{-۱}(\frac{۱}{b}) = -a \end{matrix}\right\} \Rightarrow f^{-۱}(b) + f^{-۱}(\frac{۱}{b}) = ۰$$

چون a و b دلخواه بودند پس در حالت کلی $f^{-۱}(x) + f^{-۱}(\frac{۱}{x}) = ۰$.

۹- گزینه۱ برای آن‌که منحنی به معادله‌ی $y = (m+۲)x^۲ + ۳x + ۱ - m$ محور طول‌ها را در هر دو طرف مبدأ مختصات قطع کند معادله‌ی $(m+۲)x^۲ + ۳x + ۱ - m = ۰$ باید دو ریشه‌ی مختلف‌العلامت داشته باشد؛ یعنی باید $\frac{c}{a} < ۰$ باشد، پس:

$$\frac{۱-m}{m+۲} < ۰ \Rightarrow m < -۲ \text{ یا } m > ۱$$

۱۰- گزینه۳ نمودار تابع $f(x) = A(۲)^{Bx}$ و خط $y = \frac{۵}{۴}x$ در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۴ متقاطع‌اند، پس مختصات این دو نقطه باید در ضابطه‌ی هر دو صدق کند:

$$x = ۲ \xrightarrow{y=\frac{۵}{۴}x} (۲, \frac{۵}{۲}) \xrightarrow{f(x)=A(۲)^{Bx}} \frac{۵}{۲} = A(۲)^{۲B} \quad (I)$$

$$x = ۴ \xrightarrow{y=\frac{۵}{۴}x} (۴, ۵) \xrightarrow{f(x)=A(۲)^{Bx}} ۵ = A(۲)^{۴B} \quad (II)$$

$$\left.\begin{matrix} (II) \div (I) \Rightarrow ۲ = ۲^{۲B} \Rightarrow B = \frac{۱}{۲} \\ ۵ = A(۲)^۲ \Rightarrow A = \frac{۵}{۴} \end{matrix}\right\} \Rightarrow f(x) = \frac{۵}{۴}(۲)^{\frac{۱}{۲}x}$$

حالا باید $f^{-۱}(۱۰)$ را پیدا کنیم یعنی در ضابطه‌ی $f(x)$ به جای y (یا همان $f(x)$) بگذاریم ۱۰:

$$۱۰ = \frac{۵}{۴}(۲)^{\frac{۱}{۲}x} \Rightarrow ۲^{\frac{۱}{۲}x} = ۸ \Rightarrow \frac{۱}{۲}x = ۳ \Rightarrow x = ۶$$

پس $f^{-۱}(۱۰) = ۶$.

۱۱- گزینه۳ از روی شکل مشخص شده است، که دوره‌ی تناوب تابع $y = ۱ + a\sin(bx - \frac{\pi}{۶})$ برابر π است پس باید $\frac{۲\pi}{|b|} = \pi$ باشد و در نتیجه $b = \pm ۲$. از طرفی در $x = ۰$ عرض تابع بزرگ‌تر از ۱ است پس $۱ + a(-\frac{۱}{۲}) > ۱$ و در نتیجه باید $a < ۰$ باشد. حالا با توجه به این‌که اولن تابع در همسایگی راست $x = ۰$ نزولی است؛ یعنی باید $ab < ۰$ باشد، پس $b > ۰$ یعنی $b = ۲$ است. ثانین مقدار ماکسیمم تابع برابر $۱ + a(-۱) = ۱/۵$ است، پس $a = -\frac{۱}{۲}$ و در نتیجه $a + b$ برابر است با $-\frac{۱}{۲} + ۲ = \frac{۳}{۲}$.

۱۲- گزینه۲ می‌دانیم جملات مشترک دو دنباله‌ی حسابی خود یک دنباله‌ی حسابی می‌سازند با قدرنسبت کوچک‌ترین مضرب مشترک قدرنسبت‌های دو دنباله پس جملات مشترک دو دنباله‌ی $(۲, ۹, ۱۶, ۲۳, ...)$ و $(۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, ...)$ یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت $۳۵ = [۵ , ۷]$ می‌سازند. حالا برای این‌که ببینیم دو دنباله چند جمله‌ی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰ دارند باید اولین جمله‌ی مشترک را پیدا کنیم:

$$۲, ۱۶, ۲۳, ۳۰, ۳۷, ...$$

$$۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, ۳۲, ۳۷, ...$$

اولین جمله‌ی مشترک دورقمی برابر ۳۷ است، پس جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی که از جمله‌های مشترک ساخته می‌شود به شکل $a_n = ۳۷ + ۳۵k$ است. حالا باید تعداد اعداد سه‌رقمی کوچک‌تر از ۳۰۰ به شکل $۳۷ + ۳۵k$ را پیدا کنیم:

$$۱۰۰ \le ۳۷ + ۳۵k < ۳۰۰ \Rightarrow ۶۳ \le ۳۵k < ۲۶۳$$

$$\Rightarrow \frac{۶۳}{۳۵} \le k < \frac{۲۶۳}{۳۵} \Rightarrow ۲ \le k \le ۷$$

پس تعداد این جمله‌ها $۷ - ۲ + ۱ = ۶$ جمله است.

۱۳- گزینه۲ دامنه‌ی f و g را پیدا می‌کنیم و سپس با استفاده از تعریف دامنه‌ی fog دامنه‌ی fog را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \sqrt{۲ - x} \Rightarrow D_f : x \le ۲$$

$$g(x) = \log(x^۲ - ۱۵x) \Rightarrow x^۲ - ۱۵x > ۰ \Rightarrow x < ۰ \text{ یا } x > ۱۵$$

$$D_{fog} = \begin{cases} x \in D_g \Rightarrow x < ۰ \text{ یا } x > ۱۵ \quad (I) \\ g(x) \in D_f \Rightarrow \log(x^۲ - ۵x) \le ۲ \Rightarrow x^۲ - ۱۵x \le ۱ \\ \Rightarrow x^۲ - ۱۵x - ۱۰۰ \le ۰ \Rightarrow (x - ۲۰)(x + ۵) \le ۰ \\ \Rightarrow -۵ \le x \le ۲۰ \quad (II) \end{cases}$$

$$(I) \cap (II) = (-۵ \le x \le ۲۰) \cap (x < ۰ \text{ یا } x > ۱۵) = [-۵, ۰) \cup (۱۵, ۲۰]$$

۱۴- گزینه۱ می‌دانیم $\cos(x) = \sin(x + \frac{\pi}{۲})$ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\sin(x + \frac{\pi}{۸}) + \cos(x - \frac{۳\pi}{۸}) = ۱$$

$$\Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{۸}) + \sin(x - \frac{۳\pi}{۸} + \frac{\pi}{۲}) = ۱$$

$$\Rightarrow ۲\sin(x + \frac{\pi}{۸}) = ۱ \Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{۸}) = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{۸} = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x + \frac{\pi}{۸} = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲۴} \Rightarrow \frac{\pi}{۲۴} \\ x = ۲k\pi + \frac{۱۷\pi}{۲۴} \Rightarrow \frac{۱۷\pi}{۲۴} \end{cases}$$

پس مجموع جواب‌های معادله برابر است با: $\frac{\pi}{۲۴} + \frac{۱۷\pi}{۲۴} = \frac{۱۸\pi}{۲۴} = \frac{۳\pi}{۴}$

۱۵- گزینه۴ اگر فرض کنیم $\tan^{-۱}x = \alpha$ داریم $\tan\alpha = x$ پس تابع $y = \sin(\tan^{-۱}x)$ برابر است با $y = \sin\alpha$ و چون $\sin^۲\alpha = \frac{\tan^۲\alpha}{۱ + \tan^۲\alpha}$، پس:

$$y = \sin\alpha = \sqrt{\frac{\tan^۲\alpha}{۱ + \tan^۲\alpha}} = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{۱ + \tan^۲\alpha}} = \frac{x}{\sqrt{۱ + x^۲}}$$

بنابراین باید حدود m را طوری تعیین کنیم که خط $y = mx$ نمودار تابع $y = \frac{x}{\sqrt{۱ + x^۲}}$ را در سه نقطه قطع کند؛ یعنی معادله‌ی $mx = \frac{x}{\sqrt{۱ + x^۲}}$ باید سه ریشه داشته باشد. یکی از ریشه‌های این معادله $x = ۰$ است و دو ریشه‌ی دیگر باید از معادله‌ی $m = \frac{۱}{\sqrt{۱ + x^۲}}$ به دست بیاید. برای این‌که این معادله دو ریشه داشته باشد باید اولن $m > ۰$ و ثانین $m < ۱$ باشد (چرا؟) پس مجموعه‌ی مقادیر m برابر است با $۰ < m < ۱$.

پاسخ نامه‌ی تشریحی